



FINITA ELEMENTANALYS AV EN KAJSPONT

SINAN AKBAR

Geotechnical Engineering

Master's Dissertation

Department of Construction Sciences Geotechnical Engineering

ISRN LUTVDG/TVGT--11/5045--SE (1-93) ISSN 0281-6679

FINITA ELEMENTANALYS AV EN KAJSPONT

Master's Dissertation by SINAN AKBAR

Supervisors:

Ola Dahlblom Professor, Dept. of Construction Sciences, LTH, Lund

> Per Lindh PhD, PEAB Sverige AB

Kent Persson PhD, Dept. of Construction Sciences, LTH, Lund

Examiner:

Per Johan Gustafsson Professor Dept. of Construction Sciences, LTH, Lund

Copyright ©2011 by Geotechnical Engineering, LTH, Sweden. Printed by Media-Tryck LU, Lund, Sweden, November 2011 (*Pl*).

For information, address: Geotechnical Engineering, LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden. Homepage: http://www.byggvetenskaper.lth.se/geoteknik

Förord

Denna rapport är resultatet från mitt examensarbete som har genomförts på Institutionen för byggvetenskaper vid Lunds Tekniska Högskola i samarbete med Peab under oktober 2010-maj 2011.

Jag vill tacka mina handledare Ola Dahlblom och Per Lindh för deras stöd och synpunkter under arbetet. I och med detta avslutar jag min civilingenjörsutbildning i väg och vatten och vill tacka min familj och mina vänner för deras stöd under studietiden.

Sinan Akbar

Lund/sommaren 2011

Sammanfattning

Examensarbetet behandlar finita elementanalys av en kajspontkonstruktion. Dess huvudsyften är beräkning av spontens deformation och snittkrafter i fyra konstruktionsskeden, utvärdera rimliga jordparametrar för stabiliserade muddermassor samt göra en optimering för spontväggen.

Sponten installeras i syfte att expandera den nuvarande hamnen i Gävle. Utrymmet mellan den nybyggda sponten och den gamla hamnen fylls genom en muddringsprocess som innebär att bottenmuddermassor från havsbotten muddras och transporteras bort för vidare behandling med bindemedel och sedan återanvänds som utfyllningsmaterial.

Byggprocessen består av fyra byggskeden, det första representerar ett fall där en spont drivs ner i en sprängstenfyllning med olika vattennivåer på bägge sidor om sponten, det andra skedet representerar ett annat fall där muddermassans fullständiga höjd på landsidan av sponten är utlagd, det tredje skedet representerar ett fall där en överlast med 1m sprängsten läggs ovanpå muddermassan och det fjärde skedet respresenterar ett fall där överlastens höjd ökas till 2,3 m, en yttre utbredd last verkar på landsidan och sponten trycks tillbaka med hjälp av ett förspänt stag.

En modell som innehåller alla fyra byggskedena skapas i FE-programmet PLAXIS 2D, modellen skapas som en tvådimensionell modell och plan töjning antas. Antaganden görs för jordparametrar för alla jordlagren i modellen utifrån erfarenhet, materialparametrar för sponten och staget ges av tillverkaren. Jordmodellen Mohr-Coulomb MC-modell används som materialmodell för jorden och linjärelasticitet används som materialmodell för sponten och staget.

Resultat från FE-beräkningen för alla byggskedena i form av max horisontell förskjutning, max tvärkraft och max moment (oavsett tecken) för sponten i byggskede 1 blir det -567 mm, -345,8 kN/m och 1048 kNm/m, i byggskede 2 blir det 292,2 mm, 191,2 kN/m och -559,5 kNm/m, i byggskede 3 blir det 328,2 mm, 204,5 kN/m och -595,5 kNm/m och i byggskede 4 blir resultatet 403,8 mm, 108,6 kN/m och 225,7 kNm/m. Resultat från en beräkning baserad på handberäkningsuttryck ger större spontförskjutning, tvärkraft och moment än resultat från FE-beräkningen.

En känslighetsanalys genomförs för att kontrollera förändringen i spontutböjningen i samband med variation av ett antal jordparametrar för jordlagren i modellen och den visar att utböjningen varierar kraftigt med variation i muddermassans skjuvhållfasthet c_u och tunghet γ samt sprängstenens friktionsvinkel ϕ .

Utifrån den uppmätta spontutböjningen för byggskede 2 och 3 genomförs en iterativ process med hjälp av FE-beräkning i syfte att komma fram till muddermassans mest sannolika parametrar. Uppmärksamhet riktas främst mot muddermassans odränerade skjuvhållfasthet c_u då dess tunghet och elasticitetsmodul antas vara givna. Utvärdering av resultatet från ett antal FE-beräkningar med olika värden på c_u och jämförelse med den uppmätta utböjningen för byggskede 2 och 3 visar att det mest sannolika värdet för muddermassans c_u i byggskede 2 är 1,5 kPa+1 kPa/m och i byggskede 3 är 19 kPa+1 kPa/m.

Baserat på de framtagna jordparametrarna för muddermassan görs två FE-beräkningar med två olika stålprofiler (AZ 37-700 och AZ 39-700) för sponten i byggskede 2. Jämförelse av den resulterande spontutböjningen från båda beräkningarna visar en försumbar skillnad i utböjningen (ca 1mm). På samma sätt görs två FE-beräkningar utifrån de framtagna jordparametrarna för muddermassan i byggskede 3 med två olika stålprofiler (AZ 37-700 och AZ 39-700) för sponten och återigen visar resultatet en försumbar skillnad i spontutböjningen från båda fallen (ca 1mm).

Abstract

The master's dissertation deals with finite element analysis of a quay sheet pile. The main aims are to calculate the deformation and section forces for the sheet pile at different construction stages, get the most realistic soil parameters for the stabilized clay soil and to find out the minimum possible steel section for the sheet pile wall.

The sheet pile is built in order to expand the existing harbour in Gävle city. The space between the newly built sheet pile and the existing harbour is filled with clay soil which is excavated from seabed and is treated with binder (cementing material).

The construction process of the sheet pile consists of four construction stages, the first stage represents a case where the sheet pile is driven into a rock filling and the water level is different on both sides of the sheet pile, the second stage represents another case where the land side of the sheet pile is filled with the treated clay soil, the third stage represents a case where a layer of crushed stone is distributed over the treated clay soil in order to improve its shear strength and the fourth stage represents a case where the height of the crushed stone layer is increased to 2,3 m and the sheet pile is pushed back by using a pre-stressed anchor.

A geometric model which includes all construction stages is created in the FE-software PLAXIS 2D. The model is created as a two dimensional model and plane strain is assumed. Soil parameters for all the soil layers in the model are based on experience, the material parameters for the sheet pile and the anchor are provided by the producer. Mohr-Coulomb MC model is used for all the soil layers and the linear elasticity model is used for the sheet pile and the anchor.

The result of FE-analysis shows that the maximum horizontal displacement for the sheet pile in x-direction, maximum shear force and maximum moment in the sheet pile for the first construction stage are -567 mm, -345,8 kN/m and 1048 kNm/m, for the second stage are 292,2 mm, 191,2 kN/m and -559,5 kNm/m, for the third stage are 328,2 mm, 204,5 kN/m and -595,5 kNm/m and the result for the fourth stage are 403,8 mm, 108,6 kN/m and 225,7 kNm/m.

Results from an analysis based on hand calculation expressions gives bigger displacement, shear force and moment than the results from FE-analysis.

A sensibility analysis is performed by FEM in order to find which parameter for the soil layers has the major influence on the sheet pile displacement. The analysis shows that the undrained shear strength, unit weight of the treated clay soil and the friction angle of the crushed stone has maximum influence on the sheet pile displacement.

An iterative analysis is performed by FEM based on the geometric model in the second and third construction stages in order to obtain the most probable parameters for the treated clay soil in these stages. Attention is mainly directed to the undrained shear strength of treated clay because its unit weight and elasticity module are assumed to be given.

Assessment of the resulting sheet pile displacement from several FE-analyses for the second and third construction stages with different values for the undrained shear strength of the treated clay soil and comparison with the measured displacement shows that the most probable value of the undrained shear strength of the treated clay soil in the second construction stage is 1,5 kPa+1 kPa/m and in the third stage is 19 kPa+1 kPa/m.

Two FE-analyses are performed with two different steel cross sections (AZ 37-700 and AZ 39-700) for the sheet pile and based on the resulting soil parameters for the treated clay soil in the second construction stage. Comparison of the resulting sheet pile displacement from both of the analyses shows that the difference in displacement is negligible. Similarly, two FE-analyses are performed with the same two different steel cross sections and based on the resulting soil parameters for the treated clay soil in the third construction stage and once again the analysis results show that the differences in the sheet pile displacement between the two calculations is negligible.

Innehållsförteckning

Förord	vii
Sammanfattning	vii
Abstract	vii
1 Inledning	
1.1 Bakgrund	
1.2 Syfte	
1.3 Omfattning	
2 Litteraturstudie	
2.1 Spont	
2.2 Spontkonstruktion	
2.3 Deformation i samband med spontningsarbeten	
3 Jordmekanik	9
3.1 Spänningar	9
3.2 Töjningar	
3.3 Konstitutiva samband	
3.4 Jordtryck	
3.5 Finita elementmetoden	
4 Finita elementprogrammet PLAXIS 2D	
4.1 Introduktion	
4.2 Analysmodeller	
4.3 Jordmodeller	
5 Gävle hamn utbyggnad	
5.1 Introduktion	
5.2 Processen för hamnbygget	

6 FE-modellering av hamnkons	truktionen
6.1 Introduktion	
6.2 Geometrimodell	
6.3 Materialparametrar	
6.4 Nätgenerering	
6.5 Initiell spänningsberäkning.	
6.6 Modellering av byggskeden	a

7 FE-analys	
7.1 Introduktion	
7.2 FE-analys för byggskede 1	
7.3 FE-analys för byggskede 2	
7.4 FE-analys för byggskede 3	
7.5 FE-analys för byggskede 4	

Källförteckning	
-----------------	--

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Spont är en vanlig konstruktion som används för att stabilisera schakter vid olika typ av byggnationer såsom vägar, husbyggnader, tunnlar, hamnar m.m. Dimensionering av sponter i brottsgränstillånd görs enligt sponthandboken (Ryner m.fl. 1996). I samband med spotningsarbeten uppkommer deformationer såsom spontutböjning, sättning bakom spontväggen och bottenupptryckning/bottenuppluckring. För beräkning av dessa deformationer finns idag handberäkningsmetoder baserade på empiri som bygger på erfarenheter från liknande fall.

I dagsläget finns det ett antal finita elementprogram som är anpassade för modellering av jord och geokonstruktioner. Dessa är PLAXIS, Z-Soil och Sigma W. I dessa program ges möjlighet att modellera både jord och konstruktionselement samt kontaktytan mellan dessa.

Finita elementprogrammet PLAXIS 2D-V10 används i detta examensarbete för modellering av en sektion på ett hamnbygge där en spontkonstruktion ingår. Konstruktionen består av en spont som samverkar med bakomliggande muddermassor. Dessa muddermassor består av förorenat material som muddrats i farleden varefter de stabiliserats med oorganiska bindemedel för att säkerställa de miljömässiga kraven. Stabiliseringen har inneburit att muddermassornas hållfasthet ändras med tiden både på grund av konsolidering och på grund av den härdningsprocess som de oorganiska bindemedlen ger. Det har simulerats med vissa förenklingar för hur sponten deformeras i de olika konstruktionsstadierna.

1.2 Syftet

Syftet med detta examensarbete är beräkning av spontens deformation och snittkrafter för de olika konstruktionsskedena. Här studeras enbart bruksgränstillståndet för konstruktionsskedena. Beräknade värden jämförs med uppmätta värden och eventuella skillnader studeras. Genom att justera indata på jordparametrarna för de stabiliserade muddermassorna så att beräknade och verkliga utböjningar stämmer överens erhålls troliga materialparametrar på de stabiliserade massorna. Denna process är iterativ och innebär att ett stort antal fall testas. Jordparametrarna som används i modellen måste dock ligga inom ett rimlighetsintervall.

Två olika spontprofiler testas i modellen och här utvärderas möjligheterna att utföra en optimering av spontprofilen.

1.3 Omfattning

Arbetet omfattar en teoretisk beskrivning av förekommande handberäkningsmetoder i litteraturen för spontdimensionering. Vidare ges en teoretisk beskrivning av spänningar och töjningar i jorden, finita elementmetoden, en presentation av alla byggskedena av spontbygget, FE-analys av alla byggskedena i PLAXIS och dess resultat samt justering av indata för jordparametrar.

Modelleringen av en spontsektion görs tvådimensionellt, jordparameterna antas vara konstanta i längsled. Den görs för fyra byggskeden och för varje byggskede sätts jordparameter lika med antagna värden, därefter jämförs resultatet (både deformation och snittkrafter) med resultat från en beräkning baserad på handberäknings uttryck.

2 Litteraturstudie

2.1 Spont

Spont ingår i så kallade stödkonstruktioner, som har det huvudsakliga syftet att ta upp jordtryck. Det förekommer olika kategorier av stödkonstruktioner såsom stödmurar, sponter, slitsmurar och tätskärmar.

Vid många schaktarbeten har jorden i förhållande till schaktdjupet en låg hållfasthet och den erforderliga släntlutningen blir för flack och oftast tillåter inte det tillgängliga utrymmet att sådana slänter utförs. I sådana fall kan schakten utföras med hjälp av vertikala väggar som kallas för sponter. Spont genomförs i vissa fall som en permanentkonstruktion, t.ex. kajspont och stödmur, och ibland kan de vara temporära konstruktioner som tas bort efter funktionstiden.

En spontkonstruktion består normalt huvudsakligen av en spontvägg. Sponten neddrivs vertikalt i jorden före schaktning genom slagning eller borrning. Om jorden är fast och grundvattenytan ligger under schaktbotten kan glesspont utföras annars krävs det tätspont.

Vid små schaktdjup kan sponten utföras oförankrad. Dessa sponter kallas för konsolsponter och oftast blir spontutböjning och sättningar oacceptabelt stora redan vid 2-3 m schaktdjup, därför används konsolsponter endast vid små schaktdjup. För att minska dessa sättningar och utböjningar kan sponten förankras genom dragstag som förankras genom injektering i jord och berg bakom spontväggen eller genom stämpning av spontväggen. I vissa fall kan förankring av staget ske i speciella förankringskonstruktioner t.ex. pålbockar eller ankarplattor. Balkar används för överföring av förankringskrafterna och överföringspunkterna och kallas för hammarband.

Vid nedschaktning monteras gradvis hammarband och förankringar eller stämp på olika nivåer tills schaktbotten har uppnåtts. För rörläggning och liknande syften används dubbelsidiga sponter som kallas för rörgravssponter och sidorna stämpas mot varandra. Figur 2.1 visar benämningar på spontens olika beståndsdelar (Aven 1984).



Figur 2.1: Sponts beståndsdelar (Aven 1984).

2.2 Spontkonstruktion

En spont kan utföras i olika material eller kombinationer av olika material, det vanligaste är att en spont byggs av stål, trä eller en kombination av dessa material. Det finns olika typer av spontkonstruktion, de vanligaste är:

- 1. U- och Z-stålprofiler används i lättspontad jord. I en stenig och blockig jord är spontning med dessa profiler inte genomförbar. Även i en finkornig friktionsjord kan det bli svårt att driva spontplanken längre än 7-8 m.
- 2. Berlinersponter består av H-stålbalkar nedslagna på ca 1-3 m avstånd och mellanrummen fylls ut successivt under schaktning med trävirke eller sprutbetong. Berlinersponter används ofta där jorden innehåller sten eller block som komplicerar drivning av U- eller Z-spont och grundvattenytan ligger under schaktbotten samt vid jord som har tillräcklig hållfasthet för att inte ras skulle ske under schaktning och den successiva tätningen.
- 3. Borrad rörspont utförs där det finns behov att placera en spontvägg med en liten tjocklek intill befintliga byggnader och de skakningar som en traditionell spontslagning medför bör undvikas. Borrade sponter består av rör som borras ner på ca 0,5-1 m avstånd. Mellanrummet mellan rören fylls ut successivt med sprutbetong under schaktning. Rören fylls med injekteringsbetong och kan även armeras.
- 4. Rälsponter utförs på samma sätt som borrade rörsponter med den enda skillnaden att rälerna slås ned, ibland efter förborrning. Dock är begagnade räler ofta spröda och svårsvetsade.
- 5. Övriga typer av spontsväggkonstruktioner såsom grävpålespontväggar, slitsmurar, planspontsväggar, träsponter och sammansatta spontväggar av H- och U- eller Z-profil (för stora schaktdjup eller kajsponter) (Aven 1984).



Figur 2.2: Olika spont typer (Aven 1984).

2.3 Deformation i samband med spontningsarbeten

2.3.1 Sättningar bakom sponten

Vid schaktningsarbeten uppkommer alltid vissa sättningar, beroende på att spänningstillståndet ändras i jorden när sponten slås eller borras ned och en viss jordvolym tas bort. Sponter utförs ofta i tätortsmiljö därför ställs krav på att sättningar bör undvikas eller begränsas för att undvika skador på närliggade byggander. Sättningar orsakas av:

- 1. Omlagring av jordpartiklar beroende på stötar och vibrationer i samband med spontneddrivning.
- 2. Omlagring av jordpartiklar i samband med förankringsborrning och injektering
- 3. Rörelse i den kringliggande jordmassan på grund av bortschaktning av jordmassa.
- 4. Andra arbetsredskap än de som används vid spontning t.ex. pålning.
- 5. Grundvattensänkning både tillfällig och permanent sänkning.
- 6. Spontuppdragning och återfyllningsarbeten.

Sättningar beroende på spontneddriving och förankringsborrning är ofta dominerande och bedömning av dess storlek kräver kompetens och erfarenhet. Det finns erfarenhetsmässiga figurer som bygger på mätningar från liknande fall. Mätningar av totala sättningar i samband med spontningsarbeten i olika jordar har gjorts av Terzaghi och Peck. Mätningarna har använts till att upprätta ett diagram för uppskattning av dessa sättningar. Diagrammet visas i figur 2.3 och det ger en grov uppskattning av vilka sättningar man får räkna med eftersom så mycket beror på arbetsutförande. Det innehåller inte sättningar som beror på packning av löst lagrad friktionsjord (Aven 1984).



Figur 2.3: Diagram för uppskattning av sättningar i samband med spontningsarbeten (Aven 1984).

Löst lagrad friktionsjord medför stora sättningar i samband med spont- och förankringsarbeten. Några generella samband för uppskattning av dessa sättningar finns inte men approximativt ca 2-3 cm sättning i närheten av en spontschakt till ca 5-7 m djup uppkommer även under gynnsamma förhållanden. Sättningar av denna omfattning orsakar sprickbildning i konstruktioner som angränsar till spontschakten (Aven 1984).

2.3.2 Rörelse i samband med spontningsarbeten

För att det passiva trycket skall utvecklas krävs en rörelse som motsvarar 1-5 % av spontdjupet under schaktbotten. Det passiva trycket ökar med rörelsen upp till sitt maximala värde och därefter ökar det inte även om rörelsen ökar. I samband med spontningsarbete uppstår olika slags rörelse och de vanligaste är följande:

1. Rörelse vid slagning

Vid slagning av en spont uppstår vibrationer vars storlek är beroende av jordens sammansättning och vilket slagningsredskap som används. Dessa vibrationer stör friktionsjord och kan leda till sättningar om friktionsjorden är packningsbenägen. Dessa sättningar kan inte beräknas utan måste bedömas utifrån erfarenheter från tidigare arbeten i området.

2. Rörelse orsakad av borrning

Vid borrning av förankringar uppkommer omlagring i jorden långt från sponten t.ex. i gator och under intilliggande fastigheter.

3. Rörelse orsakad av schakt

Rörelse uppkommer i spontväggen under schaktens olika stadier. Tyvärr saknas enkla noggranna analytiska metoder för beräkning av dess rörelse men de kan uppskattas med hjälp av avancerade numeriska beräkningsmetoder med hjälp av ett finita elementprogram.

4. Rörelse av övriga anledningar

Övriga rörelser kan orsakas av felschakt, överbelastning, stora skillnader i grundvattennivå mellan ut- och insida av sponten och temporär demontering av spont.

5. Rörelse orsakad av dragning av spont

När sponten dras bort uppstår sättningar p.g.a. utrymmen som sponten upptar fylls av omkringliggande jord. Dragning av spont utförs ofta med vibrerande utrustning. Denna vibration kan orsaka en omlagring med sättning som följd (Ryner, m.fl. 1996).

2.3.3 Utböjning av konsolspont

En viss uppfattning om konsolspontens utböjning (y_0) kan erhållas från uttrycket (Ryner, m.fl.1996):

$$y_0 = \frac{R(1+1,426\frac{a}{L})}{0,0579 n_h L^2}$$
(2.1)

där L är underslagningsdjupet och n_h är bäddmodultillväxtfaktorn. Värden för n_h för friktionsjord hämtas från följande tabell 2.1 och för lera sätts den till 150 τ_{fu} . Det aktiva jordtrycket ersätts med resultanten R på höjden a över schaktbotten.

(Ryner, m.fl.1996).			
Relativ lagringstäthet			
	Lös	Normal	Fast
Över grundvatten	2,5	7	18
Under grundvatten	1,5	4,5	11

Tabell 2.1: Bäddmodultillväxtfaktorn n_h [Mn/m³]

En annan förenklad metod för beräkning av konsolspontens utböjning och moment är modellering av sponten som en kontinuerlig balk på fjädrande upplag. Fjädrarna införs vid hammarbandsnivåerna och på passiva sidan längs sponten.

Jordtrycket och vattentrycket på den aktiva sidan påföres som belastning. I friktionsjord dras det vattentrycket som verkar på den passiva sidan från det som verkar på den aktiva sidan. För sponter i kohesionsjord sätts det passiva trycket lika med nettotrycket och det aktiva trycket som belastning. Vid negativa nettotryck införs inga fjädrar på passiva sidan och belastningen sätts lika med nettotrycket.

Fjädrarnas styvhet på hammarbandnivåerna sätts lika med stagets eller stämpens styvhet enligt uttrycket:

$$s = \frac{EA}{LC}$$
(2.2)

Där A är stagets/stämpens tvärsnittsarea, E är dess elasticitetsmodul, L är dess längd och C är avståndet mellan staget/stämpen. Fjädrarnas styvhet på den passiva sidan (s_j) väljs utifrån

$$s_j = kd \tag{2.3}$$

där k är jordens bäddmodul och d är avståndet mellan fjädrarna i vertikalled. För lera sätts $k = 150\tau_{fud}$ och för friktionsjord sätts $k = n_h z$ där z är djupet under schaktbotten och n_h är bäddmodultillväxtfaktorn som väljs enligt tabell 2.2.

Relativ lagringstäthetColspan="2">I Jose Normal FastÖver grundvatten2500700018000Under grundvatten1500450011000

Tabell 2.2: Bäddmodultillväxtfaktorn n_h [Mn/m³]

Modellen enligt figur 2.4 kan användas för moment och utböjningsberäkning för en konsolspont (Ryner, m.fl. 1996).



Figur 2.4: Modell för deformation och snittkraftsberäkning (Ryner, m.fl.1996).

3 Jordmekanik

3.1 Spänningar

3.1.1 Spänningar i ett tredimensionellt koordinatsystem

Om en kropp antas vara kontinuerlig finns det två kraftkategorier den första är kroppskrafter (kraft/volymenhet) och den andra är yttre krafter (kraft/areaenhet). Figur 3.1 visar ytan för en kropp (ytan kan vara invändig eller utvändig) och vektorn **n** är en enhetsvektor vinkelrätt mot ytan och riktad utifrån kroppen. Om ytan dA antas vara oändligt liten verkar den inkrementella kraftsvektorn d**p** på dA. Då dA närmar sig noll uppnår d**p**/dA ett gränsvärde (Ottosen och Petersson 1992).



Figur 3.1: Kraften dP verkar på arean dA (Ottosen och Petersson 1992).

$$\mathbf{t} = \frac{d\mathbf{p}}{dA} \quad d\mathring{a} \, dA \to 0; \ \mathbf{t} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{t}_{\mathbf{y}} \\ \mathbf{t}_{\mathbf{z}} \end{bmatrix}$$
 (3.1)

Verktorn **t** med komponenter t_x , t_y , t_z i x-, y- och z-riktningarna kallas för tractionvektor $[N/m^2]$, vektorn **t** är relaterad till en viss yta med normalen **n** och kommer att vara olika i olika tvärsnitt genom samma punkt.

Tractionvektorn för en viss yta vinkelrätt mot koordinataxeln x kallas för s_x och normalen till ytan är parallell med x-axeln. Vektorn s_x längs med alla koordinataxlarna är:

$$\mathbf{s}_{\mathrm{x}=}\begin{bmatrix}\sigma_{\mathrm{x}\mathrm{x}}\\\sigma_{\mathrm{x}\mathrm{y}}\\\sigma_{\mathrm{x}\mathrm{z}}\end{bmatrix}$$
(3.2)

På samma sätt om enhetsnormalvektorn **n** är parallell med y-axeln kallas tractionvektorn för \mathbf{s}_{v}

$$\mathbf{s}_{y=}\begin{bmatrix}\sigma_{yx}\\\sigma_{yy}\\\sigma_{yz}\end{bmatrix}$$
(3.3)

Slutligen om enhetsnormalvektorn **n** är riktad parallellt med z-axeln kallas tractionvektorn för \mathbf{s}_{z} (Ottosen och Petersson 1992).



Figur 3.2: Illustration av spänningskomponenter (Ottosen och Petersson 1992).

Komponenterna i \mathbf{s}_x , \mathbf{s}_y och \mathbf{s}_z kallas för spänningskomponenter där σ_{xx} , σ_{yy} och σ_{zz} är normalspänningar och σ_{xy} , σ_{xz} , σ_{yx} , σ_{yz} , σ_{zx} och σ_{zy} är skjuvspänningar, figur 3.2 visar dessa spänningar. Matrisen **s** innehåller alla tractionvektorerna \mathbf{s}_x , \mathbf{s}_y och \mathbf{s}_z och kallas för spänningstensor **s**.

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{x}^{T} \\ \mathbf{s}_{Y}^{T} \\ \mathbf{s}_{Z}^{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$
(3.5)

Genom momentjämvikt kring en axel parallell med z-axeln och genom tyngdpunkten för ett litet materialelement med dimensionen dx, dy och dz i x-, y- och z-riktningar och antagandet att dx, dy och dz närmar sig noll uppkommer att $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$. På samma sätt genom momentjämvikt kring axlar parallella med x- och y-riktningarna uppkommer att $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$ och $\sigma_{yz} = \sigma_{zy}$ (Ottosen och Petersson 1992).

Följaktligen är spänningstensorn symmetrisk och innehåller all information som behövs för beräkning av tractionvektorn för ett godtyckligt tvärsnitt genom punkten. För att bevisa detta betraktas en oändligt liten tetraeder som visas i figur 3.3. Ytan ABC har normalen **n**, som är en enhetsvektor med komponenterna:

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}$$
(3.6)

Genom ett trigonometriskt samband uppkommer följande:



Figur 3.3: (a) Tractionvektorn t verkar på ABC, -s_x verkar på AOC, -s_y verkar på AOB och -s_zverkar på BOC. (b) Uträkning av dA_y genom ett trigonometrisktsamband (Ottosen och Petersson 1992).

För att jämvikt skall uppfyllas för tetraedern måste följande villkor uppfyllas. De beskriver villkoren att laster skall vara lika med upplagskrafter. Vektorn **b** är kraft per volymenhet och dV är volymen för en oändligt liten tetraeder.

$$\mathbf{t}d\mathbf{A} - \mathbf{s}_{\mathbf{x}} \, d\mathbf{A}_{\mathbf{x}} - \mathbf{s}_{\mathbf{y}} \, d\mathbf{A}_{\mathbf{y}} - \mathbf{s}_{\mathbf{z}} d\mathbf{A}_{\mathbf{z}} + \mathbf{b} d\mathbf{V} = 0 \tag{3.8}$$
$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{b}_{\mathbf{y}} \\ \mathbf{b}_{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Efter dividering av (3.8) med dA

$$\mathbf{t} - \mathbf{s}_{\mathrm{x}} \mathbf{n}_{\mathrm{x}} - \mathbf{s}_{\mathrm{y}} \mathbf{n}_{\mathrm{y}} - \mathbf{s}_{\mathrm{z}} \mathbf{n}_{\mathrm{z}} + \mathbf{b} \frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{dA}} = 0$$

Men antagande att tetraederns volym är oändligt liten, $\frac{dV}{dA} \rightarrow 0$

$$\mathbf{t} = \mathbf{s}_{x}\mathbf{n}_{x} - \mathbf{s}_{y}\mathbf{n}_{y} - \mathbf{s}_{z}\mathbf{n}_{z}$$
(3.10)
$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{x} & \mathbf{s}_{y} & \mathbf{s}_{z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{x} \\ \mathbf{n}_{y} \\ \mathbf{n}_{z} \end{bmatrix} = \mathbf{s}^{\mathrm{T}}\mathbf{n} = \mathbf{s}\mathbf{n}$$

Ekvationen visar att med kännedom av spänningstensorn **s** kan tractionvektorn **t** beräknas för en godtycklig riktning. På utvändiga ytor på kroppen representerar ekvationen ett randvillkor:

$$t_x = \sigma_{xx}n_x + \sigma_{xy}n_y + \sigma_{xz}n_z$$

$t_y = \sigma_{yx}n_x + \sigma_{yy}n_y + \sigma_{yz}n_z$	(3.11)
--	--------

 $t_z = \sigma_{zx}n_x + \sigma_{zy}n_y + \sigma_{zz}n_z$

Ekvationerna (3.2) - (3.11) resulterar i:

$$\mathbf{t}_{\mathbf{x}} = \mathbf{s}_{\mathbf{x}}^{\mathsf{t}} \mathbf{n}; \ \mathbf{t}_{\mathbf{y}} = \mathbf{s}_{\mathbf{y}}^{\mathsf{t}} \mathbf{n}; \ \mathbf{t}_{\mathbf{z}} = \mathbf{s}_{\mathbf{z}}^{\mathsf{t}} \mathbf{n}.$$
(3.12)

I stället för en liten tetraeder beaktas en godtycklig del av kroppen. De yttre krafter som verkar på kroppen är tractionvektorn på ytan S längs med randen och kroppskraftvektorn **b** som verkar på en del av kroppens volym V. Jämvikten kräver att följande ekvation skall uppfyllas.

$$\int_{S} \mathbf{t} dS + \int_{V} \mathbf{b} dV = 0 \tag{3.13}$$

Uttrycket består av följande tre ekvationer:

$$\int_{S} t_{x} dS + \int_{V} b_{x} dV = 0$$

$$\int_{S} t_{y} dS + \int_{V} b_{y} dV = 0$$

$$\int_{S} t_{z} dS + \int_{V} b_{z} dV = 0$$
(3.14)

Genom att substituera $\mathbf{t}_{\mathbf{x}} = \mathbf{s}_{\mathbf{x}}^{t}\mathbf{n}$

$$\int_{\mathbf{S}} \mathbf{s}_{\mathbf{x}}^{\mathsf{t}} \mathbf{n} d\mathbf{S} + \int_{\mathbf{V}} \mathbf{b}_{\mathbf{x}} d\mathbf{V} = \mathbf{0}$$

Den första termen kan omformuleras genom Gauss divergenssats och följande erhålls:

$$\int_{V} (\operatorname{div} \mathbf{s}_{x} + \mathbf{b}_{x}) \, \mathrm{dV} = 0$$

Eftersom V är godtyckligt dras följande slutsats:

$$\operatorname{div} \mathbf{s}_{\mathbf{x}} + \mathbf{b}_{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \tag{3.15}$$

Genom att sätta in i ovanstående ekvation, div $\mathbf{s}_{x} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}$ erhålls följande differentialekvation:

 $\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + b_x = 0$

På samma sätt för \mathbf{s}_{v} och \mathbf{s}_{z}

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + b_y = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + b_z = 0$$
(3.16)

Dessa differentialekvationer beskriver jämviktsvillkor och kan skrivas på matrisformen (Ottosen och Petersson 1992):

$$\widetilde{\nabla}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{\nabla}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = 0$$
(3.17)

3.1.2 Plan spänning

Plan spänning definieras som ett spänningstillstånd där endast σ_{xx} , σ_{yy} and σ_{xy} är skilda från noll, spänningstensorn blir (Ottosen och Petersson 1992):

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0\\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.19)
$$\mathbf{t}_{x} = \sigma_{xx}\mathbf{n}_{x} + \sigma_{xy}\mathbf{n}_{y}$$

$$\mathbf{t}_{y} = \sigma_{yx}\mathbf{n}_{x} + \sigma_{yy}\mathbf{n}_{y}$$
(3.20)

 $t_z = 0$

och tractionvektorn kan skrivas som

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{t}_{\mathbf{y}} \end{bmatrix}; \ \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{n}_{\mathbf{y}} \end{bmatrix}$$
(3.21)

och jämviktsvillkoren blir

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + b_x = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + b_y = 0$$
(3.22)

på matrisform blir detta:

$$\widetilde{\nabla}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}; \, \boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{\mathrm{xx}} \\ \sigma_{\mathrm{yy}} \\ \sigma_{\mathrm{xy}} \end{bmatrix}; \, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{\mathrm{x}} \\ \mathbf{b}_{\mathrm{y}} \end{bmatrix}$$
(3.23)
$$\widetilde{\nabla}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = 0$$

Plan spänning kräver att både $t_z = 0$ och $b_z = 0$, dvs. både tractionvektorn t längs kroppens utvändiga ränder och kroppskraftvektorn b ligger i xy-planet och fallet visas i figur 3.4 (Ottosen och Petersson 1992).



Figur 3.4: Plan spänning (Ottosen och Petersson 1992).

3.1.3 Spänningar på ett godtyckligt plan genom en belastad punkt

I geotekniken kan många problem anses följa villkoren för plant deformationstillstånd (plantöjning), d.v.s. någon töjning eller deformation uppträder inte i en av koordinatriktningarna t.ex. ett långsträckt fundament eller en vägbank. I detta tillstånd studeras normalspänningar σ_x , σ_y och skjuvspänningar τ_{xy} i xy-planet (Axelsson 2006).

Om ett element med tjockleken 1 i ett tvådimensionellt spänningstillstånd som i figur 3.5 utsätts för normalspänningar i x- och y-riktningarna kan normalspänning och skjuvspänning på en snittyta, som har vinkeln α mot y-axeln beräknas genom kraftjämvikt och följande ekvation fås:

$$\sigma_{n} = \frac{\sigma_{x} + \sigma_{y}}{2} + \frac{\sigma_{x} - \sigma_{y}}{2} \cos 2\alpha$$

$$\tau_{t} = -\frac{\sigma_{x} - \sigma_{y}}{2} \sin 2\alpha$$
(3.24)
(3.25)



Figur 3.5: Ett rektangulärt element med normalspänning (Heyden, m.fl. 2005).

Om samma element utsätts för endast skjuvspänningar kan normalspänning och skjuvspänning på en snittyta, som bildar vinkeln α med y-axeln, beräknas genom kraftjämvikt och följande ekvation fås:

$$\sigma_{\rm n} = \tau_{\rm xy} \sin 2\alpha \tag{3.26}$$

 $\tau_t = \tau_{xy} \sin 2\alpha$



(3.27)

Figur 3.6: Ett rektangulärt element med skjuvspänning (Heyden, m.fl. 2005).

De föregående fallen kan kombineras ihop till ett allmänt fall med både normalspänning och skjuvspänning på en snittyta, som bildar vinkeln α med y-axeln (Heyden, m.fl. 2005):

$$\sigma_{n} (\alpha) = \frac{\sigma_{x} + \sigma_{y}}{2} + \frac{\sigma_{x} - \sigma_{y}}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha$$
(3.28)

$$\tau_{\rm n} (\alpha) = -\frac{\sigma_{\rm x} - \sigma_{\rm y}}{2} \sin 2\alpha + \tau_{\rm xy} \sin 2\alpha \tag{3.29}$$



Figur 3.7: Ett Rektangulärt element med normalspänning och skjuvspänning (Heyden, m.fl. 2005).

3.1.4 Huvudspänningar och huvudriktningar

Normalspänning och skjuvspänning varierar med orientering av koordinatsystemet d.v.s. med α . För vissa värden på α får man maximala och minimala värden på normalspänningar. Dessa värden kallas för huvudspänningar och motsvarande riktningar kallas för huvudriktningar, på dessa plan är skjuvspänningarna noll. Huvudspänningar (maximal normalspänning och minimal normalspänning) kan beräknas genom följande ekvation (Heyden, m.fl. 2005):

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$
(3.30)

Skillnaden mellan riktningen för största huvudspänningen α_1 och minsta huvudspänningen α_2 är $\pi/2$, d.v.s. huvudspänningarna är vinkelrätta mot varandra.

$$\tan \alpha_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_X}{\tau_{xy}} \tag{3.31}$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{\sigma_2 - \sigma_x}{\tau_{xy}} \tag{3.32}$$

Största skjuvspänningen och minsta skjuvspänningen kan uttryckas i huvudspänningar

$$\tau_{\max,\min} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \tag{3.33}$$

Figur 3.8 beskriver tre olika sätt för beskrivning av spänningstillstånd i en punkt. Delfigur a visar ett allmänt spänningstillstånd med både normal och skjuvspänningar. Huvudspänningar visas i delfigur b och i delfigur c visas maximala skjuvspänningar. För ytterligare fördjupning hänvisas till (Heyden, m.fl. 2005).



Figur 3.8: Tre olika beskrivningar av spänningstillståndet i en punkt (Heyden, m.fl. 2005).

3.1.5 Mohrs spänningscirkel

Cirkeln representerar normalspänning och skjuvspänning i ett godtyckligt plan genom en belastad punkt i materialet. En cirkel ställs upp genom ett koordinatsystem, som består av två vinkelräta koordinataxlar där x-axeln representerar normalspänning och y-axeln representerar skjuvspänning.

Normaltryckspänning antas negativ och uppritas till vänster om origo, normaldragspänning antas vara positiv och uppritas till höger om origo. Skjuvspänning, som orsakar en medurs rotation av ett element, uppritas ovanför origo på den vertikala y-axeln och skjuvspänning, som orsakar en moturs rotation av elementen, uppritas nedanför origo.

Cirkeln bildas genom att först uppritas punkten B (σ_x , τ_{xy}), som representerar normalspänning och skjuvspänning verkande på planet BC och sedan uppritas punkten A (σ_y , τ_{xy}), som representerar spänningarna i planet AC och $\sigma_y < \sigma_x$. Normalspänningsaxeln korsar linjen AB i punkten C, som blir centrum C för Mohrs spänningscirkel med radien AC. Normalspänning och skjuvspänning på planet AB, som bildar vinkeln θ med planet BC, fås genom att en vinkel, som är dubbelt så stor som i elementet d.v.s. 2 θ , uppritas från BC i moturs riktning (på samma sätt som i elementet) och på så sätt möter linjen CD cirkeln i punkten C vars koordinater är (σ_n , τ_n) och det är normalspänning och skjuvspänning verkande på planet AB.



Figur 3.9: Konstruering av Mohrs cirkel (Benham, m.fl. 1996).

För en punkt i materialet vars spänningstillstånd är känt på två plan kan normalspänning och skjuvspänning på andra plan genom samma punkt fås genom Mohrs spänningscirkel (Benham, m.fl. 1996).

3.2 Töjningar

3.2.1 Töjningar i ett tre dimensionellt koordinatsystem

Deformation definieras som ändring i avståndet mellan två intilliggande punkter i ett kontinuerligt material och ändring i vinkeln mellan två korsande linjer i materialet. Före deformationen definieras en punkt i kroppen med koordinaterna (x,y,z) och efter deformationen flyttas punkten till ett läge med koordinaterna $(x + u_x, y + u_y, z + u_z)$. Förändringen u_x , u_y , u_z , som orsakar deformation, uttrycks som förskjutningskomponenter och samlas i en vektor, som kallas för förskjutningsvektorn **u** (Ottosen och Petersson 1992):

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}$$
(3.34)

Genom kedjeregeln och kinematiska samband erhålls följande uttryck för axiella töjningar ε och skjuvtöjningar γ :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}; \ \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}; \ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$
 (3.35)

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}$$
(3.36)

Dessa uttryck kan skrivas på matrisform

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix}; \quad \widetilde{\nabla} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}$$
(3.37)

ε : vektorn innehåller alla töjningskomponenter

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \widetilde{\nabla} \, \mathbf{u} \tag{3.38}$$

3.2.2 Plan töjning

Tillståndet då bara ϵ_{xx} , ϵ_{yy} och $\gamma_{xy}~$ är skilda från noll och inget beror på z-koordinaten.

$$u_x = u_x(x, y); u_y = u_y(x, y); u_z = 0$$

Plan töjning bildar ett tvådimensionellt problem. Töjningar och förskjutningar kan skrivas på matrisform:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}; \, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}; \, \widetilde{\nabla} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}$$
(3.39)
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \widetilde{\nabla} \mathbf{u}$$
(3.40)

Plana töjningar uppstår när en prismatisk eller cylindrisk kropp belastas med krafter som är vinkelräta mot längdaxeln och inte varierar längs med denna axel. Kroppen är rörelseförhindrad i längdriktningen, t.ex. en lång stödmur med sidotryck som visas i figur 3.10 (Ottosen och Petersson 1992).



Figur 3.10: En lång kropp belastad i plan töjning (Ottosen och Petersson 1992).

3.3 Konstitutiva samband

Sambandet mellan spänningar och töjningar kallas för konstitutivt samband och det finns ett antal samband, några av dessa samband är elasticitet, plasticitet, viskoelasticitet, viskoelasticitet och krypning (Ottosen och Petersson 1992).

3.3.1 Linjärelasticitetssamband

Linjärelasticitet är ett av de enklaste konstitutiva sambanden och i ett endimensionellt problem kan det uttryckas med Hookes lag:

 $\sigma=E\epsilon$

(3.41)

Uttrycket redovisas i figur 3.11, både pålastning och avlastning följer samma väg.



Figur 3.11: Linjär elasticitet (Ottosen och Petersson 1992).

Dessa egenskaper gäller också för linjärelasticitet med flera spänningar och töjningar. Om σ är spänningsvektorn och ϵ är töjningsvektorn, ges linjär elasticitet av:

 $\sigma = D \; \epsilon$

(3.42)

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yy} \end{bmatrix}; \boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & \dots & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & \dots & D_{26} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ D_{61} & D_{62} & \dots & D_{66} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{bmatrix}$$
(3.43)

Den konstitutiva matrisen **D** är symmetrisk. Om varje plan är ett symmetriplan så har **D**matrisen samma form oavsett koordinatsystemet och materialet kallas då för ett isotropt material och **D** blir (Ottosen och Petersson 1992):

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) \end{bmatrix}$$
(3.44)

Att anta linjärelastiskt beteende för jorden är orealistiskt och för många geotekniska problem krävs en komplex konstitutiv lag. Om jorden antas vara ett isotropt material, alltså varje plan i materialet är ett symmetriplan, så krävs det två elasticitetskonstanter för att representera linjärelastiskt beteende och konstitutiva styvhetsmatrisen blir symmetrisk.

Om materialet antas ha ett linjärtelastiskt beteende och E', ν' är konstanter så uttrycker konstitutiva styvhetsmatrisen sambandet mellan effektivspänningar σ' och töjningar ϵ (Potts och Zdravkovic 2001).

Linjärelasticitet och plan töjningsfallet

I plan töjningsfallet är bara $\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy}$ och γ_{xy} skilda från noll och med ett isotropt material kan följande uttryck erhållas (Ottosen och Petersson 1992):

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.45}$$

där

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}; \mathbf{D} = \frac{\mathbf{E}}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) \end{bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$
(3.46)
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C}\boldsymbol{\sigma}$$
(3.47)

$$\mathbf{C} = \mathbf{D}^{-1} = \frac{1+\nu}{E} \begin{bmatrix} 1-\nu & -\nu & 0\\ -\nu & 1-\nu & 0\\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$
(3.48)
$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{zz} + \sigma_{zz})$$
(3.49)

lckelinjär elastisk

Ickelinjärelastisk innebär att materialets parametrar varierar med spänning och töjningsnivå och det är ett sätt att förbättra linjärelastiskmodell. När det handlar om ett isotropt material så krävs det två parametrar, nämligen E och ν för beskrivning av ett linjärelastisktbeteende, Däremot när det handlar om ett icke isotropt material så krävs det fem parametrar därför antar de flesta ickelinjära elastiska modeller ett isotropt beteende (Potts och Zdravkovic 2001).

3.3.2 Elasto-plastiskt samband

Elastiska konstitutiva modeller är relativt enkla och kan inte simulera flera viktiga egenskaper hos jorden. Elasto-plasticitetsteori åstadkommer ett rimligt underlag för att utforma konstitutiva modeller som realistiskt simulerar jordens beteende. Tre varianter av plastiskt beteende är identifierade: perfekt plasticitet, töjningshårdnande plasticitet (strain hardening) och töjningsmjuknande plasticitet (softening). Dessa modeller antar elastiskt uppförande före flytgräns och kan dra nytta av fördelar med både elastiskt och plastiskt beteende. Elastoplasticitetsteori kan kombineras med både linjärt och ickelinjärt elastiskt beteende (Potts och Zdravkovic 2001).

Linjärelastisk - perfekt plastisk modell (Mohr-Coulomb modell)

Plasticitet är förenad med icke reversibla töjningar. En flytgränsfunktion f introduceras för att följa om plasticitet uppstår i beräkningen eller inte och funktionen f är en funktion av spänning och töjning. Plasticitet uppstår då f = 0 och fallet kan representeras som en yta i ett tredimensionellt koordinatsystem av huvudspänningar. Perfekt plasticitetsmodell är en konstitutiv modell med en fast flytgränsyta vilket betyder att flytgränsytan är fullt definierad med modellens parametrar och inte påverkas av plastisk töjning. Ett spänningstillstånd, som representeras med punkter inom flytgränsytan, är elastiskt och töjningarna är reversibla (Brinkgreve 2010).



Figur 3.12: Grundläggande teorin av en linjärelastisk-perfekt plastiskmodell (Brinkgreve 2010).

Mohr-Coulumb flytgränsvillkor är en utvidgning av Coulumbs friktionslag till generella spänningstillstånd vilket betyder att Coulumbs friktionslag måste uppfyllas på varje plan i materialet. Mohr-Coulumbs villkor består av sex flytgränsfunktioner och det är formulerat som funktion av huvudspänningarna (Brinkgreve 2010):

$$f_{1a} = \frac{1}{2}(\sigma'_2 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_2 + \sigma'_3)\sin\phi - c\cos\phi \le 0$$
(3.50a)

$$f_{1b} = \frac{1}{2}(\sigma'_3 - \sigma'_2) + \frac{1}{2}(\sigma'_3 + \sigma'_2)\sin\phi - c\cos\phi \le 0$$
(3.50b)

$$f_{2a} = \frac{1}{2}(\sigma'_{3} - \sigma'_{1}) + \frac{1}{2}(\sigma'_{3} + \sigma'_{1})\sin\phi - c\cos\phi \le 0$$
(3.50c)

$$f_{2b} = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3)\sin\phi - c\cos\phi \le 0$$
(3.50d)

$$f_{3a} = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_2) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_2)\sin\phi - c\cos\phi \le 0$$
(3.50e)

$$f_{3b} = \frac{1}{2}(\sigma'_2 - \sigma'_1) + \frac{1}{2}(\sigma'_2 + \sigma'_1)\sin\phi - c\cos\phi \le 0$$
(3.50f)

Två parametrar till den plastiska modellen observeras i flytgränsfunktionerna och dessa är friktionsvinkeln ϕ och kohesion c. Villkoren f_i = 0 för alla funktionerna representerar en fast hexagonal kon (f_i används för att beteckna varje flytgränsfunktion) i ett tredimensionellt koordinatsystem av huvudspänningar (Brinkgreve 2010).



Figur 3.13: Mohr-Coulomb flytgränsytan i ett koordinatsystem av huvudspänningar (Brinkgreve 2010).

Dessutom uppkommer sex plastiska potentialfunktioner och dessa är definierade för Mohr-Coulombs modell (Brinkgreve 2010):

$g_{1a} = \frac{1}{2}(\sigma'_2 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_2 + \sigma'_3)\sin\psi$	(3.51a)
$g_{1b} = \frac{1}{2}(\sigma'_3 - \sigma'_2) + \frac{1}{2}(\sigma'_3 + \sigma'_2)\sin\psi$	(3.51b)
$g_{2a} = \frac{1}{2}(\sigma'_{3} - \sigma'_{1}) + \frac{1}{2}(\sigma'_{3} + \sigma'_{1})\sin\psi$	(3.51c)

$$g_{2b} = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3)\sin\psi$$
(3.51d)

$$g_{3a} = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma'_2)\sin\psi$$
(3.51e)

$$g_{3b} = \frac{1}{2}(\sigma'_2 - \sigma'_1) + \frac{1}{2}(\sigma'_2 + \sigma'_1)\sin\psi$$
(3.51f)

De plastiska potentialfunktionerna innehåller en tredje plasticitetsparameter dilatationsvinkeln ψ vilken krävs för att modellera ett plastiskt volymetriskt töjningsinkrement i en tätlagrad sand.

Linjärelastisk perfekt plastisk Mohr-Coulomb modell kräver totalt fem parametrar för jorden och dessa är elasticitetsmodul E [kN/m²], tvärkontraktionstalet ν , kohesion c [kN/m²], friktionsvinkeln φ och dilatationsvinkeln ψ . Dessa kan erhållas genom laboratorietester på jordprover eller fältförsök (Brinkgreve 2010).

3.4 Jordtryck

Jordtryck avser den belastning, som jorden utövar på vertikala eller nästan vertikala konstruktioner. Belastningen består av både skjuvspänning och normalspänning. Jordtrycket är resultant till horisontella spänningar i jorden. Kvoten mellan horisontella effektivspänningar och vertikala effektivspänningar kallas för jordtryckskoefficient.

$$k = \frac{\sigma'_x}{\sigma'_y} \tag{3.52}$$

För jordtrycksbeskrivning inom geotekniken definieras tre jordtillstånd. Dessa är vilotillstånd, aktivt tillstånd och passivt tillstånd (Coduto 1996)

3.4.1 Vilotillstånd

Om ingen translation eller rotation av stödkonstruktionen förekommer blir det horisontella effektivspänningarna i jorden och därmed jordtycket på konstruktionen samma som i fält. I detta fall kallas K för koefficient för vilojordtyck och betecknas som K_0 :

$$K_0 = (1 - \sin\phi')OCR^{\sin\phi'}$$
(3.53)

 φ' : Effektiv friktionsvinkel

OCR: Överkonsolideringskvoten

OCR = $\frac{\sigma'_c}{\sigma'_{z_0}}$ (kvoten mellan förkonsolideringsspänning och initiell vertikal effektivspänning)

Oftast ligger värdet för K₀ i intervallet (0,3-1,4). Om grundvatten inte är aktuellt d.v.s. u = 0, blir jordtrycket på stödkonstruktionen σ samma som de horisontella effektivspänningarna i jorden (Coduto 1996).

 $\sigma = \sigma'_{\rm x} = \sigma'_{\rm y} K_0 \tag{3.54}$

3.4.2 Aktivt tillstånd

Den lutande linjen i figur 3.14 representerar Mohr-Coulombs brottlinje. Om stödkonstruktionen tillåts att röra sig utåt, kan rörelsen vara translation eller rotation kring underkant av konstruktionen, kan det leda till minskning av horisontella spänningar. Mohrs cirkel expanderar åt vänster tills den når brottlinjen och då går jorden i brott (skjuvbrott) längs med ett plan, som lutar (45° + $\phi/2$) från horisontalaxeln. När denna process är fullständig kallas jordens tillstånd för aktivt tillstånd och jordtryckskoefficienten K för en friktionsjord kallas koefficient för aktivt jordtryck och betecknas K_a (Coduto 1996).


Figur 3.14: Spänningstillståndsförändring när jordens tillstånd ändras till aktivt tillstånd (Coduto 1996).

3.4.3 Passivt tillstånd

Det passiva tillståndet är motsatt det aktiva tillståndet. I detta fall rör sig stödkonstruktionen mot jordfyllningen och det leder till ökning av horisontell spänning. Mohrs cirkel ändras men den vertikala spänningen förblir konstant.

I det passiva tillståndet uppstår skjuvbrott längs med ett plan, som lutar (45° – $\phi/2$) från horisontalaxeln. K i en friktionsjord kallas för koefficient för passivt jordtryck och betecknas K_p. Det är den maximala jordtryckskoefficient K och åstadkommer högsta jordtryck (Coduto 1996).



Figur 3.15: Spänningstillståndsförändring när jordens tillstånd ändras till det passivatillståndet (Coduto 1996).

Hantering av formlerna för jordtryck underlättas av införandet av följande jordtryckskoefficienter (Sällfors 2001):

$$k_{a} = \tan^{2}(45 - \phi'/2)$$

$$k_{ac} = 2\tan(45 - \phi'/2) \qquad (3.55)$$

$$k_{p} = \tan^{2}(45 + \phi'/2)$$

$$k_{pc} = 2\tan(45 + \phi'/2)$$

Ekvationen för jordtryck för en jord med både kohesion och friktion kan skrivas som:

$$p_{a} = \sigma'_{y}k_{a} - c k_{ac}$$
(3.56)
$$p_{p} = \sigma'_{y}k_{p} + c k_{pc}$$
(3.57)



Figur 3.16: Effekten av konstruktionensrörelse på jordtrycket (Coduto 1996).

Det passiva jordtrycket, som bildas längs foten på en stödkonstruktionsgrund, används för att motverka rotationsbrott. För att uppnå det passiva tillståndet behövs en större rörelse än den som behövs för den uppnå det aktiva (Sällfors 2001).

3.5 Finita elementmetoden

Finita elementmetoden har en rad tekniska tillämpningar och det finns ett stort antal böcker om ämnet men det finns fåtal böcker som är avsedda för finita elementtillämpning i geoteknik. Nedan är en översiktlig beskrivning av metoden (Potts och Zdravkovic 2001).

Finita elementmetoden består av följande steg:

• Elementindelning

Processen som innebär modellering av det fysikaliska problemet. Modellen delas upp i ett antal små element, som kallas för finita element. Dessa element har noder som är definierade på elementets ränder.

• Primär variabelapproximation

En primär variabel, såsom förskjutningar, spänningar m.m., väljs och ansats görs för hur de varierar över elementet. Variationen uttrycks i nodvärden. Förskjutning är oftast en primär variabel inom geotekniken.

• Elementekvation

En lämplig variationsprincip (konstitutiv lag) väljs, t.ex. Hookes lag för härledning av elementekvationen

$$[K_E]{\Delta d_E} = {\Delta R_E}$$
(3.58)

där [K_E] är elementstyvhetsmatrisen, { Δd_E } är en vektor med elementets nodförskjutningar och { ΔR_E } är en vektor med elementets nodkrafter.

• Elementekvationerna kombineras till de globala ekvationerna

 $[K_G]{\Delta d_G} = {\Delta R_G}$

där $[K_G]$ är den globala styvhetsmatrisen, $\{\Delta d_G\}$ är en vektor med alla nodförskjutningar och $\{\Delta R_E\}$ är en vektor med alla nodkrafterna.

(3.59)

• Randvillkor

Randvillkor formuleras och de globala ekvationerna modifieras genom att belastning såsom utbredd last, punktlast, tryck och kroppskrafter sätts i { ΔR_G } medan förskjutningar sätts i { Δd_G }.

• Lösning av de globala ekvationerna

De globala ekvationerna löses för att få fram $\{\Delta d_G\}$ förskjutningar i alla noder. Från nodförskjutningar kan sekundära kvantiteter, såsom spänningar och töjningar, beräknas.

4 Finita elementprogrammet PLAXIS 2D

4.1 Introduktion

PLAXIS 2D är ett tvådimensionellt finita elementprogram utvecklat för att beräkna deformation, stabilitet och grundvattenflöde i olika geotekniska tillämpningar. Ett problem modelleras antingen som plan töjning eller axialsymmetrisk modell. Modellens geometri skapas grafiskt baserat på ett representativt vertikalt tvärsnitt av situationen. Programmet består av tre underprogram (Brinkgreve 2010):

- Indata.
- Beräkningsdel.
- Utdata.

4.1.1 Indataprogram

Används för definiering och begränsning av problemets geometri samt generering av finita elementnätet. Användaren måste generera en tvådimensionell geometrisk modell som består av punkter, linjer, ytor och andra komponenter i xy-planet. Punkter och linjer skapas av användaren medan programmet generar ytor. Tunnel, väggar, plattor, jord-konstruktion kontakt samt last ritas i den geometriska modellen.

Användaren måste specificera materialparametrar till olika jordkluster och konstruktion, laster och randvillkor, det görs i indataprogrammet. Generering av ett lämpligt finita elementnät och generering av randvillkor på elementnivån utförs automatiskt av programmet baserat på geometrisk modell och genererat nät. Flera elementtyper finns tillgängliga i PLAXIS2D. Följande är elementtyperna och de kan väljas beroende på objektet i den geometriska modellen (Brinkgreve 2010).

Jordelement

Användaren kan välja mellan 6-nods triangulärt element och 15-nods triangulärt element. 15nodselementet är förvalt och innebär en fjärdegradsinterpolering av förskjutningar och innehåller 12 spänningspunkter medan 6-nodselementet innebär en andragradsinterpolering av förskjutningar och innehåller 3 spänningspunkter (Brinkgreve 2010).



b. 6-node triangle

Figur 4.1: Jordelementen (Brinkgreve 2010).

Balkelement

Balkar består balkelement frihetsgrander för av med tre varje nod, två translationsfrihetsgrader u_x, u_y och en rotationsfrihetsgrad φ_z (rotation i xy planet). Programmet generar ett 3-nods balkelement i samband med 6-nods jordelement medan 5-nods balkelement genereras i samband med 15-nods jordelement. Böjmoment och axial kraft beräknas från spänningar i spänningspunkterna. Ett 3-nods balkelement innehåller två par av spänningspunkter medan ett 5-nods balkelement innehåller fyra par av spänningspunkter (Brinkgreve 2010).



Figur 4.2: Balkelementen (Brinkgreve 2010).

Geogridselement

Geogrid består av geogridselement (linjeelement) med två translationsfrihetsgrader för varje nod u_x , u_y . När det 15-nodiga jordelementet används definieras varje geogridselement genom 5 noder medan 3-nods geogridselement används i kombination med 6-nods jordelement. Axialkraft beräknas för varje spänningspunkt, som sammanfaller med noderna (Brinkgreve 2010).



Figur 4.3: Geogridselementen (Brinkgreve 2010).

Kontaktyteelement

Kontaktytan mellan jord och konstruktion består av kontaktyteelement. När 15-nods jordelement används definieras kontaktyteelement genom 5 par av noder medan elementet definieras genom tre par av noder när 6-nods jordelement används. Figur 4.4 visar att kontaktyteelement har en viss tjocklek men i finita elementformuleringen har varje nodpar samma koordinater, alltså elementet har tjockleken noll. Spänningspunkterna sammanfaller med varje nodpar, alltså fem spänningspunkter används i samband 10-nods kontaktyteelement (Brinkgreve 2010).



Figur 4.4: Kontaktyteelementen (Brinkgreve 2010).

Stagelement (node to node anchor)

Stagelement är två-nods elastiska fjäderelement med konstant fjäderstyvhet (axialstyvhet). Elementet kan belastas med dragkraft, som för stagfallet, och kan också belastas för tryckande normalkraft, som för stämpfallet (Brinkgreve 2010).

4.1.2 Beräkningsprogram

Ett beräkningsprogram används för att definiera och utföra finita elementberäkningar. I praktiken delas ett projekt in i olika byggskeden och detta måste då också speglas i de olika beräkningsskedena som görs i FE-programmet. Ett exempel på ett beräkningsskede är aktivering av en last. Varje beräkningsskede är uppdelat i ett antal beräkningssteg och det är nödvändigt att lasten påföres i små steg så kallade laststeg för att beakta jordens ickelinjära beteende. Vidare kan numeriska problem uppstå om lasten påföres i endast ett steg.

Det första beräkningsskedet är det initiella skedet som är en beräkning av de initiella spänningarna genom gravitationsbelastning eller K_0 processen (se 4.2.1) och initiella porvattentrycket, efter det initiella skedet kan efterföljande beräkningsskeden definieras av användaren och för varje beräkningsskede kan olika beräkningssätt väljas (Brinkgreve 2010).

4.1.3 Utdata

En specialmodul används för granskning av beräkningsresultat. Utdata för finita elementberäkning inom geotekniken är förskjutningar och spänningar. Om modellen innefattar en konstruktion beräknas snittkrafter för alla konstruktionselement också. En rad möjligheter finns i programmet för att visa upp beräkningsresultat t.ex. deformerat nät och tabeller för förskjutningar, töjningar och krafter (Brinkgreve 2010).

4.2 Analysmodeller

4.2.1 Generering av initialspänning

I analyser av många geotekniska problem krävs beräkningar av de initiella spänningarna. Initiella spänningar påverkas av materialets egentyngd och dess bildningshistoria och de kännetecknas av initiella vertikala effektivspänningar σ'_{v0} . Initiella horisontella effektivspänningar σ'_{h0} relateras till initiella vertikala effektivspänningar genom jordtryckskoefficienten K₀($\sigma'_{h0} = K_0 \sigma'_{v0}$).

I PLAXIS genereras initiella spänningar genom K_0 -processen eller tyngdbelastning. K_0 processen används när markytan är horisontell, alla jordlager är horisontella och vattenytan är parallell med markytan. När markytan inte är horisontell måsta tyngdbelastningsmetoden användas.

 K_0 för normalkonsoliderad jord relateras till friktionsvinkeln ϕ genom Jakys empiriska formel (Brinkgreve 2010):

$$K_0 = 1 - \sin \phi \tag{4.1}$$

 K_0 i en överkonsoliderad jord väntas bli högre än den som ges av Jakys formel. I Mohr-Coulombs modell baseras det förvalda värdet för K_0 på Jakys fomel men för avancerade jordmodeller beaktas överkonsolideringsgraden (OCR) och förkonsolideringstrycket (POP) i K₀ beräkning, för mer fördjupning om hur (OCR) och (POP) beaktas i K₀ beräkning hänvisas till (Brinkgreve 2010).

4.2.2 Plastisk beräkning

Plastisk beräkning används för att utföra en elastisk-plastisk deformationsanalys. Styvhetsmatrisen byggs på den ursprungliga odeformerade geometrin. Plastisk beräkning är lämplig till de flesta geotekniska tillämpningar och generellt beaktas tidsfaktorn inte i plastisk beräkning (resultatet ges efter lång tid) utom när Soft Soil Creep-modellen används som jordmodell.

När vattenmättade leror belastas hastigt kan plastisk beräkning användas för att begränsa fallet av fullt odränerat beteende genom att ange ett odräneringstype för materialet. Olika odräneringstyper finns tillgängligt i programmet och dessa är undrained (A) som baseras på effektiv styvhet och effektiv skjuvhållfasthet för jorden, undrained (B) som baseras på effektiv styvhet och odränerad skjuvhållfasthet för jorden och undrained (C) som baseras på odränerad styvhet och odränerad skjuvhållfasthet för jorden (Brinkgreve 2010).

4.2.3 Plastisk dränerad beräkning

Plastisk dränerad beräkning används för att utföra elastisk-plastisk deformationsanalys när materialet antas vara fullt dränerat. Genom att utföra en fullt dränerad analys kan långtidssättningar beräknas och liksom plastisk beräkning beaktas inte tidsfaktorn i beräkningen (resultatet ges efter lång tid) utom i fallet när Soft Soil Creep-modellen väljs som jordmodell (Brinkgreve 2010).

4.2.4 Konsolideringsanalys

Konsolideringsanalys kan väljas för att analysera utveckling och avgång av ökat porvattentryck i vattenmättade lerjordartar som funktion av tiden. Konsolideringsanalys kräver extra randvillkor för ökat porvattentryck.

Ökat porvattentryck uppstår då en jord med låg permeabilitet såsom lerjordar belastas och eftersom vattnet inte kan dräneras hastigt uppstår ökat porvattentryck som ett tillägg till det hydrostatiska vattentrycket. Ökat porvattentryck minskar efterhand då materialet dräneras med tiden vilket leder till ökning av vertikal effektivspänning och därmed sättningar.

I PLAXIS består det totala vattentrycket av det hydrostatiska vattentrycket och ökat porvattentryck. Hydrostatiska vattentrycket generas enligt vattennivån för respektive beräkningsfas medan ökat porvattentryck generas som resultat till odräneringsförhållanden (undrained (A), undrained (B)) (Brinkgreve 2010).

4.2.5 Säkerhetsanalys (PHI/C reduktion)

Vid säkerhetsanalys reduceras hållfasthetsparametrarna tan ϕ och c successivt tills brott uppstår. Hållfastheten för jord-konstruktion kontaktytan reduceras på samma sätt men hållfasthet hos konstruktion såsom balkar och stag påverkas inte av (PHI/C reduktion) beräkning.

 \sum Msf står för (Total multiplier safety factor) och används för att definiera värdet på jordens hållfasthetsparametrar i varje beräknings steg:

 $\sum Msf = \frac{\tan \phi_{input}}{\tan \phi_{reducerad}} = \frac{c_{input}}{c_{reducerad}} = \frac{c_{uinput}}{c_{ureducerad}}$

Hållfasthetsparametrar med indexet input refererar till givna materialdatavärden medan indexet reducerad refererar till de värden som används i säkerhetsberäkningen. Σ Msf sätts till 1 i början av beräkningen för att sätta materialets hållfasthetsvärden till deras indatavärden. Det inkrementella Msf används för att specificera hållfasthetsreducering i det första beräkningssteget och PLAXIS använder 0,1. Hållfasthetsparametrarna reduceras automatiskt och successivt tills alla steg utförts, antalet steg är satt till 100 men upp till 1000 steg kan väljas när den behövs.

I sista steget när brott har utvecklats ges säkerhetsfaktorn av:

 $SF = \frac{tillgänglig hållfasthet}{hållfasthet i brottsskede} = \sum Msf i brottskede$

När avancerade jordmodeller används i kombination med säkerhetsanalys uppför sig dessa modeller som Mohr-Coulomb modellen därför att spänningsberoende styvhet och hårdnandeeffekter är exkluderade från säkerhetsanalys. I detta fall beräknas styvheten i början av en beräkningsfas baserat på begynnelsespänning och hålls konstant tills beräkningsfasen är genomförd (Brinkgreve 2010).

4.3 Jordmodeller

Jordens mekaniska beteende kan modelleras med olika noggrannhetsgrader. Följande är en översiktlig beskrivning av jordmodeller som finns i PLAXIS 2D V10 (Brinkgreve 2010).

4.3.1 Linjärelastisk modell

Linjärelastisk modell bygger på Hookes lag av isotrop elasticitet och är det enklaste spännings-töjnigssambandet. Den innefattar två grundläggande elastiska parametrar: elasticitetsmodul E och tvärkontraktionstal ν .

Linjärelasticitets modell är inte lämplig för att modellera jord men den kan användas för att modellera styva volymer i jorden såsom betongväggar och orörda bergformationer (Brinkgreve 2010).

4.3.2 Mohr-Coulumb modell (MC)

Linjärelastisk-perfektplastiskt Mohr-Coulomb modellen är första en approximativmodell för jord- och bergbeteende. Modellen kräver fem indataparametrar: elasticitetsmodul E, tvärkontraktionstal ν för jordens elasticitet, kohesion c och friktionsvinkel ϕ för jordens plasticitet och dilatationsvinkel ψ . Modellen ger möjlighet till ökad styvhet med djupet men den beaktar inte spänningsberoende styvhet eller icke isotrop styvhet.

Generellt är spänningstillståndet välbeskrivet genom Mohr-Coulumbs brottkriterium med effektiva hållfasthetsparametrar ϕ' och c. För odränerade material kan Mohr-Coulumb modellen användas med friktionsvinkeln ϕ satt till noll och kohesion c satt till c_u. I det fallet innebär modellen ingen ökning av skjuvhållfastheten med konsolidering. Det rekommenderas att använda MC-modellen för en första analys av problemet och p.g.a. att styvheten är konstant utförs beräkningar ganska fort och en första deformationsbedömning erhålls (Brinkgreve 2010).

4.3.3 Hardening Soil-modell (HS)

Hardening Soil-modellen är en avancerad modell för simulering av jordens beteende. Som för Mohr-Coulombs modell begränsas spänningstillståndet av friktionsvinkeln ϕ , kohesion c och dilatationsvinkeln ψ . Jordens styvhet är bättre beskriven genom tre olika indataparametrar: triaxiell belastningsstyvhet E_{50} , triaxiell avlastningsstyvhet E_{ur} och ödometerbelastningsstyvhet $E_{oed.}$.

Ett medelvärde, som kan användas för olika jordar, är $E_{ur} \approx 3E_{50}$ och $E_{oed} \approx E_{50}$ och det används som förvalt värde men för mycket lösa eller styva jordar kan andra kvoter för E_{oed}/E_{50} sättas av användaren.

Till motsats Mohr-Couolmb-modellen beaktar modellen spänningsberoende styvhetsmodul. Det innebär att styvheten ökar med trycket och alla styvhetsindata relateras till en referensspänning som är 100 kPa (1 bar) (Brinkgreve 2010).

4.3.4 Hardening Soil- modellen med små töjningar (HSsmall)

Hardening Soil-modellen med små töjningar är en modifiering av Hardening Soil-modellen och den betraktar ökad jordstyvhet på små töjningsnivåer. På små töjningsnivåer visar jorden högre styvhet än på ingenjörmässiga töjningsnivåer och denna styvhet varierar ickelinjärt med töjning. Beteendet är beskrivet i HSsmall-modellen genom ytterligare en töjningshistorierelaterad parameter och två materialparametrar G_{\circ}^{ref} och $\gamma_{0,7}$. G_{\circ}^{ref} är småtöjningsskjuvmodul och $\gamma_{0,7}$ är den töjningsnivån då skjuvmodulen är reducerad till cirka 70 % av småtöjnings skjuvmodulen (Brinkgreve 2010).

4.3.5 Soft Soil- modell (SS)

Soft Soil-modellen är avsedd för kompression av normalkonsoliderade lerjordartar. Modellen är ersatts av Hardening Soil-modellen (Brinkgreve 2010).

4.3.6 Soft Soil Creep-modell (SSC)

Hardening Soil-modellen är lämplig för alla jordarter men den beaktar inte viskösa effekter såsom krypning och spänningsrelaxation.

Sekundär kompression är mer dominant i lösa jordarter såsom normalkonsoliderade leror, silt och torvmassor. Modellen är utvecklad för sättningsberäkning av grundkonstruktioner och jordvallar. For avlastningsproblem såsom tunnel och schaktningsproblem prefereras Soft Soil Creep-modellen i stället för den enkla Mohr-Coulomb modellen. Liksom för hardening soil modellen är det viktigt att ange initiellt jordtillstånd och användaren bör ge uppgifter om förkonsolideringsspänning eftersom modellen beaktar effekten av överkonsolidering (Brinkgreve 2010).

4.3.7 Jointed Rock-modell (JR)

Jointed Rock-modell är en isotrop elasto-plastisk modell speciellt avsedd för simulering av berglager i olika lagerföljd. Plasticitet kan uppstå i max tre skjuvplan och varje plan har sina egna hållfasthetsparametrar c och ϕ . Det ostörda berglagret anses uppföra sig helt elastiskt med konstanta styvhetsegenskaper E och ν (Brinkgreve 2010).

4.3.8 Modified Cam-clay-modell (MCC)

Modellen är avsedd för normalkonsoliderade lerjordarter (Brinkgreve 2010).

4.3.9 NGI-ADP-modell (NGI-ADP)

NGI-ADP modellen är en isotrop odränerad skjuvhållfasthetsmodell. Jordens skjuvhållfasthet är definierad genom c_u-värden för aktiva, passiva och direktskjuvning spänningstillstånd (Brinkgreve 2010).

4.3.10 Hoek-Brown-modell (HB)

Hoek-Brown-modellen är en isotrop elasto-plastisk modell baserad på Hoek-Browns brottkriterium. Den är ett icke-linjärt spänningsberoende kriterium som beskriver skjuvbrott och dragbrott genom en kontinuerlig funktion (Brinkgreve 2010).

5 Gävle hamnutbyggnad

5.1 Introduktion

Projektet innebär att den nuvarande hamnen förlängs genom att en spont drivs ner till havsbotten längs kanten till den planerade kajen. Mellanrummet mellan sponten och den nuvarande hamnen fylls med bottensediment, som muddras och transporteras till området för fyllning. Ovanpå muddermassorna läggs en överlast av krossat material och därefter hårdgöres ytan. Innan fyllning behandlas muddermassorna med bindemedel för att binda föroreningar samt för att förbättra de geotekniska egenskaperna. Figur 5.1 visar en tvärsektion av hamnkonstruktionen och de prover som avses göras under hamnbygget (Eriksson och Holm 2010).



Figur 5.1: Tvärsnitt av hamnkonstruktion (Eriksson och Holm 2010).

De översta ca 0,5 m av sedimenten som kommer att muddras i samband med muddring av inseglingsleden till Gävle hamn är förorenade. Sedimenten kommer att stabiliseras och solidifieras vilket innebär att föroreningarna binds. De kommer därefter att användas som fyllnadsmassor för skapande av ett nytt hamnområde.

En viss sträcka av den planerade hamnen (både spontnings- och utfyllnadsprocessen) byggs för att finna lämliga metoder för bygget av den kvarstående delen. I detta examensarbete fokuseras på att finna jordparametrar för de stabiliserande muddermassorna och den mest ekonomiska spontprofilen som uppfyller kraven för hållfasthet och att utböjningarna ligger inom accepterade värden. Samtidigt kan genom det här provbygget ett lämpligt bindemedelrecept erhållas och miljöpåverkan i samband med muddringsprocessen följas (Eriksson och Holm 2010).

Området bakom sponten är uppdelat i två områden, avskilda med en spont, för att kunna testa två olika metoder för utläggning av de bindemedelbehandlade muddermassorna. Den östra bassängens kortsida utgörs av en sprängstensvall. Figur 5.2 visar utfyllnadsområdet.



Figur 5.2: Utfyllningsbassänger (Eriksson och Holm 2010).

Muddermassorna kommer att transporteras till den nuvarande kajen i granudden där de lyfts över till stabiliserings/solidifierings (stso)-utrustningen (st står för stabilisering och so står för solidfiering). I stso-utrustningen kommer bindemedel att blandas in i sedimenten via en skruv. Innan muddermassorna läggs i stso-utrustningen kommer sedimentets vattenkvot och densitet att bestämmas i syftet att ge möjlighet att reglera bindemedelmängden. Som utgångsmängd kommer 150 kg bindemedel per m³ muddermassor att användas. Bindemedelsreceptet som kommer att användas är byggcement (40 %), Merit 5000 (20 %) och bioflygaska från Vattenfall (40 %) (angivna % mängder är viktsandelar).

En tillfällig mellanlagringsplats för muddermassor (invallat område) kommer att skapas i anslutning till stso-utrustningen och utfyllnadsbassängerna. Mellanlagringskapaciteten är 2500 m³ i syftet att ha en tillfällig mellanlagring. Muddermassorna blandade med bindemedel kommer att kontrolleras med avseende på vattenkvot, densitet och bindemedel.

Två olika metoder kommer att användas för utläggning av de stso-behandlade muddermassorna i bassängerna. I den ena bassängen kommer massorna att pumpas ut lager för lager. I den andra delbassängen kommer massorna att först tippas på kanten till bassängen

och sedan blandas ner i bassängen. När delbassängerna är fyllda av de stso-behandlade muddermassorna läggs en överlast ut. Denna består av ett lager krossat stenmaterial med en höjd på ca 2,5 m. Överlasten har syftet till att komprimera de behandlade massorna och påskynda sättningsutvecklingen.

Överskottsvatten från bassängerna samt mellanlagringsplatsen kommer att ledas genom sprängstenvallen och släppas bakom en siltgardin. Mot slutet av utfyllnaden kommer det sista överskottsvattnet att ledas genom rör över sprängstensvallen och släppas på botten innanför siltgardinen, figur 5.3 visar detaljer av hamnarbetsområdet. Totalt kommer arbetet med utfyllning av delbassängerna att ta ca 3 veckor och kommer att utföras under 16 tim per dygn.



Figur 5.3: Detaljerade plan av hamnområdet (Eriksson och Holm 2010).

Förutom att de geotekniska egenskaperna hos de förorenade muddermassorna förbättras så kommer föroreningarna att låsas fast fysiskt och/eller kemiskt. De stabiliserade och solidifierade muddermassorna bildar därför en monolit med en låg permeabilitet. Den enda utläckningsmöjligheten blir ytutlakning från monolitens ytor. De stabiliserade muddermassorna är placerade inom en yttre konstruktion (sponten och överbyggnaden) som skyddar den täta monoliten från yttre påverkan såsom exempelvis nötning (Eriksson och Holm 2010).

5.2 Processen för hamnbygget

Processen för hamnbygget kan indelas i fyra byggskeden. Indelningsgrunden är vilken hållfasthet de behandlade muddermassorna har nått upp till och hur stor överlast, som läggs ovanpå muddermassorna, som har lagts ut. Följande är en kort beskrivning av de fyra byggskedena.

5.2.1 Byggskede 1

Under detta byggskede schaktas bottenmuddermassor och transporteras till mellanlagringsplatsen i anslutning till stso-utrustningen och utfyllning med krossat material utförs. Utfyllnaden är cirka 6 m hög och 42 m bred i botten med naturlig lutning på sidor. Sponten drivs ner till schaktbotten och stabiliseras genom svetsning med bergdubbar, som drivs ner till fast berg. Figur 5.4 visar ett tvärsnitt genom hamnkonstruktionen i detta skede.



Figur 5.4: Tvärsnitt av hamnkonstruktion under byggskede 1 (Asphage 2010).

5.2.2 Byggskede 2

Arbetet med utläggning av de stso-behandlade muddermassorna utförs i detta skede. Arbetet utförs successivt genom att materialet läggs ut i lager efter lager med 1 m höjd för varje lager tills hela höjden av utfyllningen är färdigutlagd. Hållfastheten för de stso-behandlade muddermassorna är låg och antas ha en odränerad skjuvhållfasthet c_u på ca 1,25 kPa. Totalt kommer de slutliga stso-behandlade muddermassorna att ha en approximativ höjd på 10 m. Figur 5.5 visar ett tvärsnitt genom hamnkonstruktionen i detta skede och figur 5.6 visar hamnkonstruktionen då utfyllningen är avslutad.



Figur 5.5: Tvärsnitt av hamnkonstruktion under byggskede 2 (Asphage 2010).



Figur 5.6: Hamnkonstruktion efter byggskede 2 (foto: Karl Mattsson).

5.2.3 Byggskede 3

Skede 3 utförs i syfte att förbättra hållfastheten i de behandlade muddermassorna genom att en överlast läggs ovanpå massorna. Överlasten består av 1m krossat material. De behandlade muddermassornas hållfasthet antas ha ökat i detta skede p.g.a. att massorna har reagerat med bindemedlet och att överlasten ökar hållfastheten. Muddermassorna antas ha en odränerad skjuvhållfasthet c_u på ca 22 kPa. Figur 5.7 visar ett tvärsnitt genom hamnkonstruktionen i detta skede och figur 5.8 visar hamnkonstruktionen då arbetet med överlastutläggning har börjat.



Figur 5.7: Tvärsnitt av hamnkonstruktion under byggskede 3 (Asphage 2010).



Figur 5.8: Hamnkonstruktion under byggskede 3 (foto: Karl Mattsson).

5.2.4 Byggskede 4

För att ytterligare förbättra hållfastheten i de behandlade muddermassorna läggs ett nytt lager av krossat material ovanpå det förra. Det nya lagret består av 1,3 m krossat material och totalt kommer överlasten att bestå av ett lager krossat material med cirka 2,3 m höjd. Den utbredda lasten antas verka från och med detta skede och för att minska spontens utböjning förspänns stagen upp till 196 kN dragkraft. Figur 5.9 visar en tvärsnitt genom hamnkonstruktionen i detta skede.



Figur 5.9: Tvärsnitt av hamnkonstruktion under byggskede 4 (Asphage 2010).

6 FE-modellering av hamnkonstruktion

6.1 Introduktion

I detta kapitel redovisas alla steg i FE-modelleringen för alla fyra byggskedena. Modellen har skapats för att omfatta hela projektet från byggskede 1 till och med byggskede 4. Resultat erhålls för alla fyra byggskedena och redovisas under respektive byggskede. Byggprocessen består av följande:

- 1. Muddring av spontrännan.
- 2. Fyllning med sprängsten i spontrännan.
- 3. Neddrivning av spont.
- 4. Borrning av bergdubb.
- 5. Fastgjutning av bergdubb.
- 6. Fyllning med stabiliserade massor.

Muddringen utförs enligt anvisningar och muddermassorna transporteras för vidare behandling. Schakten fylls med krossat material upp till -9,75 höjdnivå och sponten drivs ned till schaktbotten och svetsas med bergdubbar som i sin tur drivs ner i fast berg.

Den ursprungliga havsbottnen består av tre jordlager uppifrån: 2,7 m djup muddermassor (antas vara lös lera), 2 m djup morän (antas vara krossat material) och nederst finns fast berg. Sponten är 17,5 m hög och drivs ned till djupnivå -15,80 m där den förankras med bergdubbar. Schakten antas ha en bredd på 44m och fylls med krossat material upp till -9,75 m höjd nivå.

Landsidan (aktiva sidan) fylls med stabiliserande muddermassor upp till nivå +0,2 och sedan utläggs ett lager av krossat material till nivå +2,5 m. Sponten skall även dimensioneras för en överlast på 30 kN/m². Innan slutfyllningen installeras ankarplattor och stag med avstånd 3,75 m c/c och stagen spänns upp med 198,26 kN/m.

6.2 Geometrimodell

Problemet modelleras som ett plant töjningsfall med en geometrisk modell av 80 m bredd och 18,3 m höjd. Modellens bredd väljs genom en iterativ process där bredden ökas tills ökning av modellens bredd inte har någon effekt på resultatet (töjningar och spänningar i jorden längs med sponten har stabiliserats). Sponten, krönbalken och ankarplattan modelleras som balkar.

Mellan spont och jord skapas kontaktyteelement. Huvudorsaken till att kontaktytan skapas är att beakta reducering av jordens skjuvhållfasthet längs med konstruktionen och att ge

möjlighet för konstruktionen att deformeras fritt relativt jorden. Staget modelleras som en kombination av en stång och en balk som representerar ankarplattan.

Olika delytor skapas för att modellera de olika jordlagerna. Muddermassorna delas in i ett antal lager på 1 m höjd och den översta delen med bergkross delas in i till ett antal lager på ungefär 0,2 m höjd. Detta görs för att kunna skapa olika steg som motsvarar det faktiska byggandet.

Randvillor skapas för modellen som har fyra ränder, de två vertikala ränderna antas vara vertikala rullager (fri förskjutning i vertikalled och noll förskjutning i horisontalled), den översta horisontella randen har fri deformation och noll last på en del medan en yttre utbreddlast verkar på en annan del och den nedersta horisontella randen antas vara fixlager (noll förskjutning i x- och y-led).



Figur 6.1: FE-modellen för hamnkonstruktion.

6.3 Materialparametrar

6.3.1 Materialparametrar för jorden

Jordparametrar antas för de olika jordlagren i de olika byggskedena, sprängsten och lös lera antas ha konstanta parametrar men muddermassan antas ha varierande odränerad skjuvhållfasthet och elasticitetsmodul för att simulera härdningsprocessen. Tabeller 6.1 och 6.2 visar alla antagna parametrar. Materialet luft appliceras på vattensidan eftersom det inte finns något jordmaterial där och det kommer att vara icke aktiverat under hela beräkningsprocessen.

Material	Luft	Sprängsten	Lös lera
Materialmodell	Mohr-Coulomb	Mohr-Coulomb	Mohr-Coulomb
Dräneringstyp	Dränerad	Dränerad	Odränerad A
Tunghet över G.V kN/m ³	0,01	18	15
Tunghet under G.V kN/m ³	0,01	21	18
Effektiv E kPa	0,0000001	30000	10000
Effektiv v	0	0,3	0,3
Effektiv c kPa	0,01	1	2
Effektiv ϕ'	0,01	35	24
Dilatationsvinkel $oldsymbol{\psi}$	0	5	0
Konduktivitetskoefficient i horisontell	1	1	0,0001
riktning kx m/dag			
Konduktivitetskoefficient i vertikal	1	1	0,0001
riktning ky m/dag			
R interface	1	0,7	0,5

Tabell 6.1: Materialparametrar för luft, sprängsten, lös lera (Asphage 2010).

Tabell 6.2: Materialparametrar för muddermassor i byggskede 2,3 och 4 (Asphage 2010).

Material	Muddermassor/skede 2	Muddermassor/skede3	Muddermassor/skede4
Materialmodell	Mohr-Coulomb	Mohr-Coulomb	Mohr-Coulomb
Dräneringstyp	Odränerad B	Odränerad B	Odränerad B
Tunghet över G.V kN/m ³	13	13	13
Tunghet under G.V kN/m ³	13	13	13
Effektiv E kPa	5000	7000	10000
Effektiv ν	0,3	0,3	0,3
Odränerad c _u kPa	1,25+0,912/m	22	70
Odränerad ϕ_u	0	0	0
Dilatationsvinkel ψ	0	0	0
Konduktivitetskoefficient	0,0001	0,0001	0,0001
i horisontell riktning kx m/dag			
Konduktivitetskoefficient i	0,0001	0,0001	0,0001
Vertikal riktning ky m/dag			
R interface	0,5	0,5	0,5

6.3.2 Materialparametrar för sponten, krönbalken, staget och ankarplattan

Materialparameter beräknas för sponten, krönbalken, staget och ankarplattan och detta görs genom att beräkna axialstyvhet EA, böjstyvhet EI och tyngden W för en balk med en meters bredd för att simulera plan töjnings fallet. Tabell 6.3 visar materialparametrar för betong och stål.

Material	Stål	Betong
Densitet kg/m ³	7800	2400
E-modulen GPa	210	35
Tvärkontraktionstalet ν	0,15	0,15

Tabell 6.3: Material parametrar för stål och betong.

Sponten:

Spontens paramterar beräknas för en spontprofil med stålprofilen AZ37-700. Andra spontprofiler beräknas i analogi med nedan

Tvärsnitts area A = 226 cm²/m I = 92400 cm⁴/m EA = 210 $\cdot 10^{6} \cdot \frac{226}{10^{4}} = 4,75 \cdot 10^{6} \text{ kN/m}$ EI = 210 $\cdot 10^{6} \cdot \frac{92400}{10^{8}} = 19,40 \cdot 10^{4} \text{ kNm}^{2}/\text{m}$ Massa = 177,4 kg/m², tyngd = 1,77 kN/m²

Krönbalken:

Krönbalken består av två balkar: den översta balken är enbart en betongbalk och den nedersta är en kompositbalk som består av betong och stål. Material parametrar beräknas för båda balkerna vara för sig.

Betongbalken:

Tvärsnittsarean A = $1,8 \cdot 1 = 1,8 \text{ m}^2/\text{m}$

$$I = \frac{1 \cdot 1.8^3}{12} = 0.49 \,\mathrm{m}^4/\mathrm{m}$$

 $EI = 35 \cdot 10^6 \cdot 0.49 = 17.01 \cdot 10^6 kNm^2/m$

 $EA = 35 \cdot 10^6 \cdot 1,8 = 63 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$

Massa = $2400 \cdot 1.8 = 4320 \text{ kg/m}^2$, tyngd (w) = 43.20 kN/m^2

Betong- och stålbalken (komposit):

Axial styvhet, böjstyvhet och tyngden för betongbalken och sponten adderas för att simulera ökad styvhet för den här delen av krönbalken. Krönbalken och sponten antas vara fast inspända i varandra.

 $EA = 63 \cdot 10^{6} + 4,75 \cdot 10^{6} = 67,75 \cdot 10^{6} \text{ kN/m}$ $EI = 17,01 \cdot 10^{6} + 19,4 \cdot 10^{4} = 17,20 \cdot 10^{6} \text{ kNm}^{2}/\text{m}$ $Tyngd (w) = 43,20 + 1,77 = 44,97 \text{ kN/m}^{2}$

Staget:

Staget modelleras som en kombination av en stång för staget och en balk för ankarplattan

Diameter D = 3,25 inches = $3,25 \cdot 0,0254 = 0,08255$ m

A =
$$\frac{\pi}{4}D^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 0,08255^2 = 0,00535m^2$$

EA = 210 \cdot 10^6 \cdot 0,00535 = 1,12 \cdot 10^6 kN

Ankarplattan:

Tvärsnittsarea A = $3 \cdot 0.4 = 1.2 \text{ m}^2$

$$I = \frac{3 \cdot 0.4^3}{12} = 0.016 \text{ m}^4$$

EI = 210 \cdot 10^6 \cdot 0.016 = 3.36 \cdot 10^6 \kNm^2

$$\frac{\text{EI}}{\text{m}} = \frac{3.36 \cdot 10^6 \ \text{kNm}^2}{3.75} = 8.96 \cdot 10^5 \ \text{kNm}^2/\text{m}$$

EA = 210 \cdot 10^6 \cdot 1.2 = 252 \cdot 10^6 \kN

$$\frac{\text{EA}}{\text{m}} = \frac{252 \cdot 10^6 \kn}{3.75} = 67.20 \cdot 10^6 \ \text{kN/m}$$

Massa = $\frac{1.2}{3.75} \cdot 7800 = 2496 \ \text{kg/m}^2$, tyng(w) = 24.96 \kN/m²

6.4 Nätgenerering

Programmet erbjuder flera olika elementstorlekar. Här möjligheten att förfina nätet inom olika ytor eller längs en geometrilinje. Element storleken (fin) väljs och extra förfining görs i olika delytor för att få ungefär samma elementstorlek i hela modellen. Figur 6.2 visar modellen efter nätgenereringen.



Figur 6.2: FE- nät för hamnkonstruktionen.

6.5 Initiell spänningsberäkning

Initiella vattentrycket genereras enligt höjdnivån för vattnet och dess tunghet antas vara 10 kN/m^3 . Initiellt ligger vattennivån på +0,16 m och fyllningen av krossat material antas verka initiellt vilket är en förenkling eftersom materialet kommer i nästa skede. Initiella spänningar i jorden genereras enligt K₀ processen.

6.6 Modellering av byggskedena

Plastisk beräkningsätt väljs för FE-beräkning. Beräkningen består av 31 steg som simulerar alla steg i bygget av kajsponten. I varje steg aktiveras eller avaktiveras vissa jordlager, strukturelement och yttre lasten eller ändring görs i indataparametrar för struktur eller jord för att simulera ändring i jordens eller strukturelementens egenskaper mellan olika byggskedena.

7 FE-analys

7.1 Introduktion

I detta kapitel redovisas resultat av FE-analysen och resultatet redovisas för alla fyra byggskedena. Programmet ger möjlighet att visa resultatet för jord, konstruktion samt kontaktytan mellan dessa både grafiskt och i tabellformat. I detta examensarbete redovisas FE-resultatet i form av deformerat nät, horisontella effektivspänningar och totalförskjutning i jorden samt horisontell förskjutning, snittvärkraft och snittmoment för sponten.

En jämförelse görs mellan FE-analysens resultat och resultatet från en beräkning som är gjort av Clas Asphage i Ramböll som har baserats på anvisningar från Sponthandboken (Ryner, m.fl.1996). Spontens deformation (rotation och förskjutning) och snittkrafter har beräknats genom att beakta sponten som en elastiskbalk med 1 m bredd.

Randvilkoren för sponten är olika i båda beräkningarna. Beräkning (Asphage 2010) antar att sponten är fastinspänd i fastberget, däremot i FE-modellen antas att spontfotens infästning är ett fixlager. Säkerhetsfaktorer för reducering av jordens hållfasthetsparametrar har använts i beräkning (Asphage 2010). Ett beräkningsprogram (Spontprogram version 1.0.21) har används för att lättare kunna utföra beräkningen.

7.2 FE-analys för byggskede 1

Detta skede börjar efter att initiella spänningar har beräknats och det består av två steg. Under byggskedet aktiveras sponten vilket skall simulera nedrivningen av sponten och vattennivån har höjts på högra sidan för att simuleras det kritiska fallet när vattennivån ökar p.g.a. kraftiga vattenvågor. Vattentrycket beräknas för varje steg innan beräkning utförs.

Det bör observeras att horisontella effektivspänningar i jorden σ'_{xx} antas vara negativa om dessa är tryckta spänningar, horisontell förskjutning i sponten u_x antas vara positiv om den är riktad i positiv x-riktning, snittmoment antas vara positivt om det drar spontens högra kant och snittvärkraft i sponten antas vara positivt om det är riktat i positiv x-riktning.

7.2.1 Horisontella effektivspänningar σ'_{xx} i jorden

Resultatet blev som väntat, högre tryckspänning i jorden på insidan av sponten (vänster sida) och lägre tryckspänning i jorden på utsidan av sponten (Höger sida). Maximal tryckspänning i jorden blev -262,8 kN/m², resultatet visas i figur 7.1.



Figur 7.1: Horisontell effektivspänning σ'_{xx} (röd -280 kN/m², blå 0 kN/m²).

7.2.2 Deformation i jorden

Maximal totalförskjutning för jorden ligger på ungefär 98 mm. Som förväntat uppstår deformationen i området där sponten drivs in i fyllningsmaterialet och det beror på de vibrationer som åstadkoms då sponten drivs ner. Deformationen är en kombination av sättning, hävning och förskjutning i horisontell riktning. Resultatet visas grafiskt i figur 7.2 och figur

7.3.



Figur 7.2: Deformerat nät



Figur 7.3: Totalförskjutning i jorden|**u**| (röd 100·10⁻³ m, blå 0 m).

7.2.3 Horisontell förskjutning u_x för sponten

Maximal förskjutning för sponten blir cirka 567 mm i den fria kanten vilket beror på att skillnaden i vattennivån orsakar en utbredd last längs hela sponten som kan liknas med fallet för en konsolbalk med en jämnt utbredd last. Resultatet visas grafiskt i figur 7.4.



Figur 7.4: Horisontell förskjutning u_x (max. $u_x = -0.57$ m).

7.2.4 Tvärkraft i sponten

Maximal positiv tvärkraft på 161,2 kN/m och maximal negativ tvärkraft på -345,8 kN/m observeras från tvärkraftsfiguren 7.5. Den maximala positiva tvärkraften orsakas av det hydrostatiska trycket och den maximala negativa tvärkraften orsakas av höga tryckspänningar i jorden på vänster sidan.



Figur 7.5: Tvärkraft i sponten (max pos. = 161,2 kN/m, max neg. = -345,8 kN/m).

7.2.5 Moment i sponten

Maximalt positivt moment är 1048 kNm/m och det orsakas av det hydrostatiska trycket och tryckspänningar i jorden på höger sida av sponten. Det motverkas av ett annat moment från tryckspänningar i jorden på vänster sida av sponten, resultatet visas grafiskt i figur 7.6.



Figur 7.6: Moment i sponten (max pos. = 1048 kNm/m).

7.2.6 Jämförelse med beräkning (Asphage 2010)

Spontutböjningen är ungefär samma i båda beräkningarna men en viss större utböjning observeras i FE-analysens resultat vilket beror på att randvillkoren för sponten och jordtrycket är olika i beräkningarna.

Tvärkraftsjämförelsen visar att båda beräkningarna beräknar det hydrostatiska trycket på samma sätt men i beräkning (Asphage 2010) är jordens aktiv- och passivtryck något större vilket ger större moment på sponten. Allra största skillnad märks i jordens passivtryck. Jämförandet för utböjning, tvärkraft och moment visas i figur 7.7, figur 7.8 och figur 7.9.

FE-analysens resultat symboliseras med (FE.) och resultat av beräkning (Asphage 2010) symboliseras med (Sp.) som står för Sponthandboken (Ryner, m.fl. 1996) i följande figurer.



Figur 7.7: Jämförelse av spontutböjning.



Figur 7.8: Jämförelse av tvärkraft i sponten.



Figur 7.9: Jämförelse av moment i sponten.

7.3 FE-analys för byggskede 2

Skedet består av 13 steg och i 12 steg av dessa aktiveras 12 lager av muddermassan med höjden 1 m för varje lager. Syftet med alla 12 steg är simulering av muddermassas utläggning i flera lager som i verkligheten och i sista steget höjs vattennivån på aktivsidan till nivån -0,11 m. Vattentrycket beräknas för varje steg innan beräkningen påbörjas.

Sprängsten, lös lera och sponten antas ha samma materialparameter som i skede 1 och muddermassan antas ha en odränerad skjuvhållfasthet på ungefär 1,25 kPa+0,912 kPa/m. Det enda strukturelementet som är aktiverat är sponten. Efter att alla beräkningstegen är avslutade fås följande resultat.

7.3.1 Horisontella effektivspänningar σ'_{xx} i jorden

Maximal tryckspänning, som uppstår i jorden är -159 kN/m² och uppstår på höger sida av sponten där jorden trycks till följd av spontutböjning. Resultatet visar en låg tryckspänning vid översta kanten på höger sidan och det beror på det låga överlagringstrycket, sedan ökar tryckspänningarna på höger sidan till sin maximala nivå medan de avtar med djupet orsakat av den låga spontutböjningen, resultatet visas grafiskt i figur 7.10.



Figur 7.10: Horisontell effektivspänning σ'_{xx} (röd -160 kN/m², blå 10 kN/m²).

7.3.2 Deformation i jorden

Maximal totalförskjutning på 0,34 m observeras. Jordens deformation är både en rörelse i horisontell riktning och i vertikal riktning. Detta beror på att de horisontella spänningarna avtar när sponten böjs åt höger och maximal jordförskjutning observeras där sponten har maximalutböjning, resultatet visas grafiskt i figur 7.11 och figur 7.12.



Figur 7.11: Deformerat nät.



Figur 7.12: Totalförskjutning $|\mathbf{u}|$ (röd 360 $\cdot 10^{-3}$ m, blå 0 m).

7.3.3 Horisontalförskjutning u_x för sponten

Sponten har en maximal utböjning i horisontell riktning på 0,29 m. Det beror på att det tryckspänningar från muddermassan orsakar ett negativt moment på sponten, resultat visas i figur 7.13.



Figur 7.13: Horisontellförskjutning $\mathbf{u}_{\mathbf{x}}$ (max $u_{\mathbf{x}} = 0,29$ m).

7.3.4 Tvärkraft i sponten

Maximal positiv tvärkraft är 191,2 kN/m till följd av tryckspänningar i jorden på höger sida av sponten och maximalt negativ är -99,99 kN/m till följd av tryckspänningar i jordens på vänster sida av sponten. I tvärkraftsfiguren 7.14 framgår tydligt att tvärkraftens riktning är motsatsriktning till tryckspänningar i jorden på vänster sida av sponten och sedan byter riktning för att motverka tryckspänningar från höger sida.



Figur 7.14: Tvärkraft i sponten (max pos. = 191,2 kN/m, max neg.= -99,99 kN/m).

7.3.5 Moment i sponten

Maximalt negativt moment är -559,5 kNm/m det är uppstår p.g.a. tryckspänningar i jorden på vänster sida av sponten och det balanseras med ett annat moment från tryckspänningar i jorden på höger sida av sponten. Vid spontfotens infästning är momentet noll, momentdiagrammet visas i figur 7.15.



Figur 7.15: Moment i sponten (max neg. = -559,5 kNm/m).

7.3.6 Jämföresle med beräkning (Asphage 2010)

Utböjning, tvärkraft och moment är större i resultatet från beräkning (Asphage 2010) och det är till följd av att det aktiva och det passiva trycket är större vilket observeras i tvärkraftsfiguren. Jämförselen visas i form av kurvor i figur 7.16, figur 7.17 och figur 7.18. Allra största skillnad markeras i momentet på sponten vilket är en följd av att jordens aktivtryck är större i beräkning (Asphage 2010) vilket leder till större moment och därmed större spontdeformation.



Figur 7.16: Jämförelse av spont utböjning.


Figur 7.17: Jämförelse av tvärkraft i sponten.



Figur 7.18: Jämförelse av moment i sponten.

7.4 FE-analys för byggskede 3

Under detta byggskede påföres en viss del av överlasten (ca 1 m av totalt 2,3 m). Överlasten består av krossat material och utläggs i ett antal lager på ungefär 0,2 m höjd för varje lager och det syns i modellen som ett antal tätt intilliggande linjer över muddermassan. Krossmaterialet antas ha samma materialparametrar som det krossade materialet som används för fyllning under vatten.

Den odränerade skjuvhållfastheten för muddermassan antas ha ökat till ca 22 kPa till följd av reaktion med bindemedlet. Sponten, lös lera och sprängsten antas ha samma parametrar och det enda strukturelementet som är aktiverad är sponten. När beräkningen är avslutad erhålls följande resultat.

7.4.1 Horisontella effektivspänningar σ'_{xx} i jorden

Maximal tryckspänning på -190,5 kN/m² observeras på höger sida av sponten och den minskar med djupet eftersom spontutböjningen minskar och därmed tryckspänningar. Tryckspänningar i jorden på höger sida av sponten är högre än byggskede 2 och det relateras till större spontutböjning, resultatet redovisas grafiskt i figur 7.19.



Figur 7.19: Horisontell effektivspänning σ'_{xx} (röd -200 kN/m², blå 40 kN/m²).

7.4.2 Deformation i jorden

Maximal förskjutning för jorden är 0,38 m och det är något högre än i byggskede 2. Det beror på att spontutböjningen är större därmed minskar de horisontella tryckspänningarna på jorden vilket leder till större jordförskjutning, resultatet visas grafiskt i figur 7.20 och figur 7.21.



Figur 7.20: Deformerat nät.



Figur 7.21: Totalförskjutning for jorden $|\mathbf{u}|$ (röd 380·10⁻³ m, blå 0 m).

7.4.3 Horisontell förskjutning u_x för sponten

Maximal spontutböjning är 0,33 m för den fria kanten på sponten och det är något högre än för byggskede 2. Det beror på ökade tryckspänningar i jorden p.g.a. fyllningen med krossmaterialet som ger något högre negativ moment då densiteten är högre, resultatet visas i figur 7.22



Figur 7.22: Horisontell förskjutning u_x (max $u_x = 0,33$ m).

7.4.4 Tvärkraft i sponten

Maximal positiv tvärkraft är 204,5 kN/m och maximalt negativ är -111,5 kN/m och det är återigen större än i byggskede 2 vilket beror på att tryckspänningar i jorden på vänster sida av sponten är högre i byggskede 3 till följd av fyllning och att tryckspänningar i jorden på höger sidan är också högre p.g.a. större spontutböjning, resultatet visas i figur 7.23.



Figur 7.23: Tvärkraft i sponten (max pos.= 204,5 kN/m, max neg. = -111,5 kN/m).

7.4.5 Moment i sponten

Maximal negativt moment är -595,5 kNm/m och det är återigen större än i byggskede 2 vilket relateras till högre tryckspänning i jorden på vänster sida av sponten. Samma momentfördelning som i byggskede 2, moment från tryckspänningar i jordens på vänster sida av sponten ökar och sedan avtar till följd av moment från tryckspänningar på höger sidan, momentdiagrammet visas i figur 7.24.



Figur 7.24: Moment i sponten (max neg.= -595,5 kNm/m).

7.4.6 Jämförelse med beräkning (Asphage 2010)

Spontutböjningen är ungefär lika för båda beräkningarna med en viss större utböjning i nedersta 6 m för FE-analysen och det beror på att i PLAXIS-modellen antas att spontens infästning inte är rotationsstyv. Tvärkraftsjämförandet visar att skillnaden i tryckspänningar i jorden på höger sida av sponten mellan både beräkningarna är något mindre än i byggskede 2 vilket beror på tryckspänningar från sprängstenslagret (friktionsjord) nu är något större i FE-analysen vilket minskar skillnaden i momentet och deformationen i båda beräkningarna, jämförelsen visas i figur 7.25, figur 7.26 och figur 7.27.



Figur 7.25: Jämförelse av spont utböjning.



Figur 7.26: Jämförelse av tvärkraft i sponten.



Figur 7.27: Jämförelse av moment i sponten.

7.5 FE-analys för byggskede 4

Under byggskedet utläggs resten av överlasten tills krossmateriallagret har uppnått höjden 2,3 m. Ankarplattan och staget aktiveras och en förspänningslast på 196,26 kN/m läggs på staget för att minska spontutböjningen.

Sponten består nu av två delar, första delen är sponten AZ 37-700, andra delen är krönbalken. I sin tur består krönbalken av två delar, första delen är en kompositbalk av stålprofilen AZ 37-700 och betong och den andra delen är en betongbalk.

En viss höjd av fyllningen på vattensidan schaktas bort och yttre lasten antas verka från och med detta skede. Muddermassans odränerade skjuvhållfasthet antas ha ökat upp till 70 kPa till följd av att muddermassan har reagerat med bindemedlet och överlasten från byggskede 3 ger upphov till en viss ökning av den odränerade skjuvhållfastheten. Beräkningen utförs och följande resultat erhålls.

7.5.1 Horisontella effektivspänningar σ'_{xx} i jorden

Maximal tryckspänning i jorden är -261 kN/m² och det uppstår i jorden framför ankarplattan. Det beror på att förspänning av staget trycker på jorden framför ankarplattan och därmed ökar tryckspänningar i jorden. Tryckspänningar i jorden på höger sida av sponten är ca -160 kN/m² och det är mindre än i byggksede 3 och det beror på minskad spontrörelse. Högre tryckspänning observeras i krossmaterialfyllningen mellan ankarplattan och sponten till följd av stagförspänningen. resultatet visas i figur 7.28.



Figur 7.28: Horisontell effektivspänning σ'_{xx} (röd -280 kN/m², blå 80 kN/m²).

7.5.2 Deformation i jorden

Maximal jordförskjutning är 0,47 m som är den högsta. Den höga utböjningen beror på att höjden på överlasten har ökat till 2,3 och att yttre lasten 45 kN/m² är aktiverade i detta skede vilket ger högre tryckspänningar i jorden på vänster sida av sponten, resultatet visas i figur 7.29 och figur 7.30.



Figur 7.29: Deformerat nät.



Figur 7.30: Totalförskjutning $|\mathbf{u}|$ (röd 475·10⁻³ m, blå 0 m).

7.5.3 Horisontell förskjutning i sponten u_x

Maximal utböjning för sponten är 0,43 m och det är högre än alla tidigare byggskedena till följd av att den yttre lasten och överlasten har orsakat högre tryckspänningar i jorden på vänster sida av sponten. Resultatet visas i figur 7.31.



Figur 7.31: Horisontell förskjutning u_x (max $u_x = 0,43$ m).

7.5.4 Tvärkraft i sponten

Maximal positiv tvärkraft är 108,6 kN/m och maximal negativ är -88,16 kN/m. Den maximala positiva tvärkraften noteras där sponten dras tillbaka till följd av förspänningen av staget, resultatet visas i figur 7.32.



Figur 7.32: Tvärkraft (max pos.= 108,6 kN/m, max neg. = -88,16 kN/m).

7.5.5 Moment i sponten

Maximalt positivt moment är 225,7 kNm/m är och maximalt negativt är -57,44 kNm/m. Det maximala negativa momentet uppstår till följd av tryckspänningar i jorden på översta vänster sida av sponten. Förspänningslasten och tryckspänningar i jorden på höger sidan ger ett moment som roterar sponten åt höger vilket motverkas av ett annat moment från tryckspänningar i jorden på vänster sidan som roterar sponten tillbaka åt vänster, momentdiagrammet visas i figur 7.33.



Figur 7.33: Moment i sponten (max pos.= 225,7 kNm/m, max neg.= -57,44 kNm/m).

7.5.6 Jämförelse med beräkning (Asphage 2010)

Utböjningen skiljer sig påtagligt och det beror på att tryckspänningar från överlasten är större i FE-analysen och krönbalkens ökade styvhet har inte beaktats i beräkning (Asphage 2010).

Beräkning (Asphage 2010) beaktar förspänningslasten enbart som en horisontell kraft och ingen hänsyn tas till stagets längd och dess förankring med omgivande jord. Skillnaden är stor i utböjningen och momentet, jämförelsen visas i figur 7.34, figur 7.35 och figur 7.36.



Figur 7.34: Jämförelsen av spont utböjning.



Figur 7.35: Jämförelsen av tvärkraft i sponten.



Figur 7.36: Jämförelse av moment i sponten.

8 Parameterutvärdering

8.1 Introduktion

Huvudsyftet med detta kapitel är att komma fram till de mest sannolika jordparametrarna för den stabiliserade muddermassan med hjälp av FE-analys och uppmätning av spontutböjning på plats. Jordparametrarna kan också fås ur olika laboratorietest och fältförsök men p.g.a. höga PH-halter för muddermassan har det inte lyckats att utföra laboratorietestet (triaxiel försök). Fältundersökning med sonderingssmetoden CPT-sondering (cone penetration test) har utförts men resultatet var väldigt varierande, därför görs denna parameterstudie som en komplettering för att finna de mest rimliga parametrarna.

8.2 Känslighetsanalys

En känslighetsanalys innebär att vissa jordparametrar varieras och resultatet från FE-analys utvärderas. Huvudsyftet med denna analys är att ta reda på vilka jordparametrar för de olika jordlagren som har störst inverkan på spontens utböjning och därefter försöka förklara varför just detta resultat fås.

8.2.1 Muddermassans odränerade skjuvhållfasthet

Ett antal värden för c_u testas i FE-modellen för skede 2 eftersom syftet endast är att ta reda på inverkan av c_u på utböjningen. Muddermassans elasticitetsmodul hålls konstant (E = 5000 kPa) och dess tunghet hålls också konstant (γ_{sat} och γ_{unsat} = 13 kN/m³). Alla andra jordparametrar för olika jordlagren hålls konstanta med de värden som antagits i kapitel 6. Resultatet visas i figur 8.1.



Figur 8.1: Ett antal antagna värden för c_u och resulterande spontutböjning

Resultatet visar att utböjningen minskar med ökande skjuvhållfasthet och det var förväntat eftersom tryckspänningar i muddermassan minskar med ökad skjuvhållfasthet vilket minskar spontens utböjning.

8.2.2 Muddermassans elasticitetsmodul

Ett antal värden för muddermassans elasticitetsmodul testas i FE-modellen för byggskede 2 eftersom syftet återigen är att ta reda på inverkan av muddermassans elasticitetsmodul på spontens utböjning. Muddermassans odränerade skjuvhållfasthet hålls konstant ($c_u = 1,25$ kPa+0,912 kPa/m) och dess tunghet hålls också konstant ($\gamma_{sat.}$ och $\gamma_{unsat.} = 13$ kN/m³). Alla andra jordparametrar för olika jordlagerna hålls konstant med de värden som antagits i kapitel 6 och resultatet visas i figur 8.2.



Figur 8.2: Ett antal antagna värden för E och resulterande spontutböjning.

Utböjningen ökar med ökade elasticitetsmodul men ökningen är måttlig. Spontens utböjning påverkas främst av tryckspänningar från jordelementen som har uppnått plasticitet. Därför påverkas utböjningen i större grad av jordens plastiska parametrar (kohesion och friktionsvinkel). Elasticitetsmodulen är en av jordens elastiska parametrar (E och ν) och påverkar jordelementen som är elastiska.

Muddermassans elasticitetsmodul förväntas ligga i intervallet (4000 kPa-6000 kPa) och värdet (E = 5000 kPa) antas vara ett rimligt värde och det hålls konstant i senare FE-analyser.

8.2.3 Muddermassans tunghet

Här testas ett antal värden för muddermassans tunghet (tungheten under och ovan vattenytan antas vara samma) och vissa mätningar har gjorts och visar att den ligger i intervallet (γ_{sat} och $\gamma_{unsat} = 13-14 \text{ kN/m}^3$). Muddermassans elasticitetsmodul och odränerade skjuvhållfasthet hålls konstanta under beräkningen (E=500 kPa, c_u =1,25 kpa+0,912 kPa/m). Parametrarna för de andra jordlagren antas vara de värden som antagits i kapitel 6 och resultatet visas i figur 8.3.



Figur 8.3: Ett antal antagna värden för tunghet och resulterande spontutböjning.

Beräkningen visar att tungheten har en påtaglig inverkan på utböjningen. Det är förväntat eftersom horisontella tryckspänningar i jorden är en följd av vertikala spänningar i jorden och i vårt fall är den vertikala spänningen en följd av jordens egentyngd. Fält- och laboratorieförsök har gjorts under projektet för mätning av vattenkvot och tunghet för muddermassan och visar att tungheten ligger i intervallet (13-14 kN/m³). Tungheten antas vara 14 kN/m³ och det kommer att användas i resten av beräkningarna.

8.2.4 Sprängstenens effektiva friktionsvinkel ϕ'

För att kontrollera om jordparametrarna för sprängstenslagret har en effekt på spontens utböjning görs beräkning med ett antal värden för dess friktionsvinkel och de förväntas ligga i intervallet $(30^{\circ}-40^{\circ})$.

Sprängstenens tunghet hålls konstant ($\gamma_{sat.}$ och $\gamma_{unsat.}$) och dess elasticitetsmodul hålls också konstant (E=30000 kPa). Andra jordparametrar för de olika jordlagren antas vara som de antagna värdena för byggskede 2 i kapitel 6, resultat visas i figur 8.4.



Figur 8.4: Ett antal antagna värden för friktionsvinkel och resulterande spontutböjning.

Resultatet visar att den effektiva friktionsvinkeln har en begränsad effekt på spontens utböjning och avtagande utböjning observeras i samband med ökande friktionsvinkel vilket beror på att det mobiliserade passiva trycket som motverkar utböjningen ökar med ökande friktionsvinkel.

Utifrån erfarenheter från likande material antas sprängstenens friktionsvinkel vara $\phi' = 40^{\circ}$ och dess tunghet vara ($\gamma_{sat.} = 21 \text{ kN/m}^3$ och $\gamma_{unsat.} = 18 \text{ kN/m}^3$) därför görs ingen mer studie om sprängstenens parametrar.

8.2.5 Den lösa lerans effektiva kohesion c'

För att undersöka om lagret av lös lera har någon inverkan på spontens utböjning görs beräkning med olika värden för dess skjuvhållfasthetsparameter effektivkohesion c'. Alla andra parametrar hålls konstanta med värden som antagits för byggskede 2 i kapitel 6 och resultatet visas i figur 8.5.



Figur 8.5: Ett antal antagna värden för kohesion och resulterande spontutböjning.

Som förväntat visar beräkningen att den effektiva kohesionen c' har en obetydlig inverkan på spontens utböjning. Det beror på lagret av lös lera ligger under muddermasselagret och har således ingen inverkan på horisontella tryckspänningar i muddermassan och i och med det ingen inverkan på jordtrycket från muddermassan därför görs ingen mer studie av jordparametrarna för lös lera och dessa parametrar antas vara som de antagits i kapitel 6.

8.3 Anpassning till experiment

Ett antal FE-beräkningar utförs för att få fram sannolika parametrar för den stabiliserade muddermassan i byggskede 2 och 3. Beräkningarna utförs baserat på FE-modellen från kapitel 6 och de utförs som en iterativ process där muddermassans skjuvhållfasthet c_u varieras i syftet att få ett resultat till spontutböjning som stämmer ungefär med det uppmätta och på det sättet har approximativa parametrar för muddermassan i respektive byggskede har fåtts fram. Det bör nämnas att det har gjorts vissa ändringar byggplanen för hamnbygget jämfört med den som var planerad enligt kapitel 6 och 7 och de viktigaste ändringarna är:

- 1. P.g.a. praktiska skäl har muddermassan i byggskede 2 lagts ut upp till nivån -0,8 m. Det innebär att höjden på muddermasselagret har minskats med 1 m jämfört med det som var planerad och i stället har överlasten ökats med ca 1 m.
- 2. Till följd av stor beräknad spontutböjning enligt den tidigare utförda beräkningen (Asphage 2010) har stålprofilen (AZ 37-700) för spontväggen ersatts med (AZ 39-700) som har något högre böjstyvhet och det har gjorts för att minska spontens utböjning.

8.3.1 Anpassning till experiment för byggskede 2

FE-modellen från byggskede 2 används i beräkningen men höjden på muddermassan minskas med 1 m jämfört med föregående kapitel. En iterativ process utförs där olika värden antas för muddermassans skjuvhållfasthet c_u . Först antas ett c_u med en ökning på 1 kPa/m och sedan antas ett c_u som är konstant med avseende på djupet och värdena testas sedan i FE-modellen för byggskede 2.

Ett antal inklinometrar är placerade på ett antal punkter längs med sponthöjden och mäter dess rörelse under hela projektet. Mätning av spontens utböjning efter att muddermassans totala höjd är utlagd visas i figur 8.6.



Figur 8.6: Uppmätt spontutböjning när hela muddermasslagret är utlagd (Hermanson 2010).

Från figur 8.6 markeras att den maximala spontutböjningen är ca 63 mm vilket är lägre än FEresultatet för byggskede 2 som var 292 mm. Den finns tre möjliga förklaringar till skillnaden:

- 1. Höjden på muddermassan har minskats i fält med 1 m jämfört med det som var planerad och som beräkningen har baserats på vilket har lett till lägre jordtryck.
- 2. De antagna jordparametrarna stämmer inte helt den verkliga framför allt muddermassans tunghet och skjuvhållfasthet.
- 3. Stålprofilen (AZ 37-700) för spontväggen har ersatts med (AZ 39-700) som har något högre böjstyvhet.

Det konstateras också från figuren ovan att sponten har roterats vid infästningen vilket påpekar att spontfotens infästning inte är rotationsstyv.

Antagna värden för c_u testas i FE-modellen för byggskede 2 och materialparametrarna för sponten ändras eftersom stålprofilen (AZ 39-700) har använts. Följande är materialparametrarna för stålprofilen (AZ 39-700) har satts i beräkningen nedan.

Е	210 GPa
EI	204750 kNm ² /m
EA	5040000 kN/m
W	1,88 kN/m ²
ν	0,15

Tabellerna 8.1 och 8.2 visar de antagna värden för c_u och resulterande maximal spontutböjning i x-riktningen u_x .

spontutoojning.			
c _u (kPa)	Utböjning u _x på nivå 1,7 m (mm)		
1,25+0,912/m	67,98		
1+1/m	67,08		
1,5+1/m	51,77		
2+1/m	43,36		
3+1/m	39,82		
4+1/m	38,53		
5+1/m	37,31		
6+1/m	36,21		
7+1/m	35,14		
8+1/m	34,23		
9+1/m	33,79		
10+1/m	33,53		

Tabell 8.1: Ett antal antagna c_u och resulterande

Tabell 8.2: Ett antal antagna c _u och resulterande
spontutböjning.

-F8.			
c _u (kPa)	Utböjning u _x på nivå 1,7 m (mm)		
3,0	133,32		
4,0	78,87		
4,5	59,73		
5,0	49,34		
6,0	42,68		
7,0	39,88		

Beräkningen för båda fallen ger ett rimligt resultat jämfört med de uppmätta utböjningarna. För första fallet med ökande c_u ligger resultatet ungefär runt 60 mm när $c_u = 1,5$ kPa+1 kPa/m och för andra fallet med konstant c_u ligger det vid 60 mm när $c_u = 4,5$ kPa.

Ett rimligt antagande är att $c_u = 1,5$ kPa+1 kPa/m. Det bör observeras att fallet med ökande c_u antas eftersom c_u oftast ökar med ökad vertikal effektivspänning. Tabell 8.3 de visar mest sannolika jordparametrarna för muddermassan i det skedet.

, 22		
Parameter	Värde	
$\gamma_{unsat.}$	14 kN/m^3	
$\gamma_{sat.}$	14 kN/m ³	
c_u	1,5 kPa+1 kPa/m	
Е	5000 kPa	
k _x	0,0001m/dag	
ky	0,0001m/dag	
ν	0,3	

 Tabell 8.3: Jordparametrar för muddermassan

 i byggskede 2.

Två stålprofiler undersöks i FE-modellen för byggskede 2 i syftet att jämföra beräkningsresultaten från både fallen. Beräkningen görs med stålprofilerna (AZ 37-700) och (AZ 39-700) i FE-modellen för byggskede 2 och med användning av de framtagna jordparametrarna för muddermassan, resultat visas i figur 8.7.



Figur 8.7: Jämförelse av utböjning u_x för stålprofilerna (AZ 37-700) och (AZ 39-700).

Tvärkraft och moment på sponten fås också med beräkningsresultat baserade på de framtagna parametrarna och visas i följande figur 8.8 och figur 8.9. Maximal negativ tvärkraft på sponten är Vmax = -44,69 kN/m och maximalt negativt moment är Mmax =112,58 kNm/m för byggskede 2.



Figur 8.8: Tvärkraftsdiagram.



Figur 8.9: Momentdiagram.

8.3.2 Anpassning till experiment för byggskede 3

FE-modellen från byggskede 3 används i beräkningen men överlasten ökas till 2 m. På samma sätt som tidigare görs en iterativ process där ett antal värden för muddermassans skjuvhållfasthet c_u testas i FE-modellen och resultatet kontrolleras och jämförs med den uppmätta utböjningen.

Återigen avläses inklinometrarna efter att byggskede 3 är avslutat och de avlästa rörelserna för sponten visas i figur 8.10 (Hermanson 2010).



Figur 8.10: Uppmätt utböjning efter byggskede 3 (Hermanson 2010).

Figur 8.10 visar att maximal spontutböjning u_x är 132 mm vilket är återigen mindre än FEresultatet för byggskede 3 som var 328 mm. Det beror återigen på det har förekommit skillnad mellan de antagna jordparametrarna och de verkliga och framför allt när det gäller muddermassans tunghet och skjuvhållfasthet som har en betydande effekt på utböjningen. En förenkling görs att genom att anta att den antagna tungheten och andra jordparametrarna förutom skjuvhållfastheten stämmer helt med den verkliga för att på så sätt kunna få fram skjuvhållfastheten.

På liknande sätt som i 8.3.1 görs två antaganden för c_u och den maximala resulterade utböjningen från FE-beräkningen registreras i tabellerna 8.4 och 8.5.

c _u (kPa)	Utböjning på nivå 1,7 m (mm)
16+1/m	171,51
17+1/m	158,32
18+1/m	150,52
19+1/m	145,71
20+1/m	142,37
21+1/m	140,11
23+1/m	136,84
25+1/m	134,37
30+1/m	128,80
35+1/m	123,90
40+1/m	119,00

Tabell 8.4: Ett antal antagna värder	ı för	cu
och resulterande spontutböinir	g.	

Tabell 8.5: Ett antal	antagna	värden	för	c _u	och
resulterand	e spontut	böining	Γ.		

	1 5 6
c _u (kPa)	Utböjning på nivå 1,7m (mm)
18	203,36
19	174,44
20	158,02
25	137,83
30	132,49
35	127,18

FE-beräkningar i fallet med ökade c_u ger ett resultat för utböjning som ligger i intervallet (171 mm-119 mm) jämfört med 132 mm för den uppmätta. Alla värden i intervallet (16+1 kPa/m-40+1 kPa/m) anses vara rimliga värden för muddermassans skjuvhållfasthet c_u men eftersom materialets beskaffenhet är lös så dess c_u bör inte vara för högt.

För det andra fallet med konstant c_u ligger utböjningen i intervallet (127mm-203mm) vilket också är rimligt jämfört med de uppmätta. $c_u=19$ kPa anses vara ett rimligt värde för fallet då muddermassan är lös.

Efter genomgång av båda fallen antas $c_u=19$ kPa+1 kPa/m vara ett rimligt antagande för muddermassans skjuvhållfasthet c_u eftersom det oftast ökar med ökade σ'_v . Tabell 8.6 visar alla sannolika jordparametrarna för muddermassan i skede 3.

Parameter	Värde	
$\gamma_{unsat.}$	14 kN/m ³	
$\gamma_{\rm sat.}$	14 kN/m ³	
c _u	19 kPa+1 kPa/m	
Е	5000 kPa	
k _x	0,0001 m/dag	
ky	0,0001 m/dag	
ν	0,3	

Tabell 8.6:	Jordparametrar för	muddermassan
	i byggskede 3	

Återigen testas två stålprofiler (AZ 37-700 och AZ 39-700) i FE-modellen med de framtagna jordparametrarna för muddermassan. Syftet är att jämföra den resulterande utböjningen för stålprofilerna i byggskede 3, figur 8.11 visar spontens utböjning för två profilerna.



Figur 8.11: Jämförelse av utböjning för stålprofilerna (AZ 37-700) och (AZ 39-700).

Moment och tvärkraft på sponten fås också från FE-beräkningarna och visas i figur 8.12 och 8.13. Maximal negativ tvärkraft på sponten är $V_{max} = -101,66$ kN/m och maximalt negativt moment är Mmax = -279,14 kNm/m för byggskede 3.



Figur 8.12: Tvärkraftdiagram.



Figur 8.13: Momentdiagram.

8.4 Diskussion

Resultatet från föregående beräkningar visar att muddermassans tunghet och skjuvhållfasthet har störst inverkan på spontens utböjning. Det var förväntat eftersom tunghet och skjuvhållfasthet påverkar horisontella tryckspänningen i jorden och därmed jordtrycket.

Det är svårt att göra antaganden för den odränerade skjuvhållfastheten c_u eftersom det krävs erfarenhet från liknande fall. Det bör observeras att c_u för ett jordelement inte är ett unikt värde utan beror på hur jorden belastas till brott och hur belastningen varierar med tiden, ju snabbare belastningen är desto högre blir c_u .

Två antaganden har gjorts för c_u i varje byggskede och båda antagandena kan stämma men det första antagandet (c_u ökar med djupet) har valts för vidare beräkning. Det är omöjligt att avgöra vilket av dessa två antaganden som är korrekt därför det saknas c_u från experiment utförda särskilt för bestämning av c_u , såsom vingförsök, direkt skjuvförsök eller triaxiell försök.

Att avgöra om de framtagna parametrarna är korrekta eller rimliga beror också på vilken jordmodell som har valts i FE-analysen. Jordmodellen Mohr-Coulomb MC har valts i beräkningen och modellen är en elasto-plastisk (elastisk-perfekt plastisk) modell men jordens beteende är komplext och det är omöjligt att modellera det exakt med en enkel modell som denna.

Det borde göras FE-analyser med andra jordmodeller såsom (Hardning Soil HS- modellen) då den beaktar att jorden visar en viss styvhet när belastningen överstiger flytgränsen. Resultatet från de olika beräkningarna borde jämföras men det har inte utförts p.g.a. att de mer avancerade modellerna som HS-modellen kräver fler parametrar vilket saknades. I vårt fall har beräkning utförts endast med MC-modellen.

Den framtagna c_u i byggskede 2 anses vara ett rimligt värde för muddermassan, eftersom c_u för en mycket lös finkornig jord bör vara mindre än 12,5 kPa (Aven 1984). Muddermassan i byggskede 3 är en lös finkornig jord och dess c_u bör ligga i intervallet (12,5 kPa-25 kPa) (Aven 1984) därför anses det framtagna c_u vara ett rimligt värde för muddermassan i byggskede 3.

För att få fram det slutliga c_u för muddermassan bör laboratorietest eller fältförsök särskilt för bestämning av c_u utföras efter att hela överlasten lagts på och bindemedlet har reagerat färdigt vilket tar en viss tid men det har inte gjorts av praktiska skäl

Resultat visar också att skillnaden i utböjning mellan båda profilerna är försumbar (ca 1 mm). Den försumbara skillnaden i utböjningen måste bero att skillnaden i böjstyvhet är relativt liten eftersom lasten och upplagsförhållandena är samma när både profilernas utböjning beräknas.

 $\frac{\text{EI AZ } 37 - 700}{\text{EI AZ } 39 - 700} = \frac{194040 \text{ KN. m}^2/\text{m}}{204750 \text{ KN. m}^2/\text{m}} \approx 95\%$

Kapitel 9

Slutsatser

FE-beräkningarna ger ett resultat för maximal utböjning för sponten i x-riktning i byggskede 1 $u_x = -567 \text{ mm}$, i byggskede 2 $u_x = 292 \text{ mm}$, i byggskede 3 $u_x = 328 \text{ mm}$ och i byggskede 4 $u_x = 431 \text{ mm}$.

Spontens utböjning, tvärkraft och moment i sponten är större i resultatet från beräkning (Asphage 2010) jämfört med FE-beräkningens resultat vilket beror på att beräkningsförutsättningarna är olika i båda beräkningarna samt att jordtrycket beräknas på olika sätt.

En känslighetsanalys, baserad på FE-beräkningens resultat, har utförts för att se hur stor variation i spontens utböjning som observeras i samband variation i ett antal jordparametrar var för sig.

Känslighetsanalysen görs för muddermassans odränerade skjuvhållfasthet, elasticitetsmodul och tunghet samt sprängstenslagrets friktionsvinkel och det lösa lerlagrets kohesion. Analysen visar att utböjningen varierar kraftigt med variation i muddermassans odränerade skjuvhållfasthet och tunghet. Den visar också att muddermassans elasticitetsmodul och sprängstenslagrets friktionsvinkel har en begränsad inverkan på utböjningen samt det lösa lerlagrets kohesion har en obetydlig inverkan på utböjningen.

En iterativ process görs genom att utföra ett antal FE-beräkningar med olika värden för muddermassans odränerade skjuvhållfasthet c_u . Försöken syftar på att få fram de mest sannolika värdena för muddermassans odränerade skjuvhållfastheten i byggskede 2 och 3 grundat på den uppmätta utböjningen från byggskede 2 och 3. Resultatet visar att det mest sannolika värdet för muddermassans c_u i byggskede 2 är 1,5 kPa +1 kPa/m och i byggskede är 19 kPa+1 kPa/m.

FE-beräkningarna visar att skillnaden i den resulterade spontutböjningen är försumbar (ca 1mm) när två olika stålprofiler (AZ 37-700 och AZ 39-700) för spontväggen används i beräkningen för byggskede 2 och 3 respektive.

Källförteckning

Tryckta källor

Aven, S., red.(1984), Geoteknik: Bygghandboken. Stockholm: Liber Tryck.

Axelsson, K. (2006), *Introduktion till geotekniken, jämte byggnadsgeologin, jordmaterialläran och jordmekaniken*. Uppsala: Uppsala univ., Institutionen för geovetenskaper, byggteknik.

Benham, P.P., Crawford, R.J. och Armstrong, C.G. (1996), *Mechanics of engineering materials*. Harlow: Longman

Brinkgreve, R.B.J. (2010), *PLAXIS 2D 2010 manual: material models manual*. The Netherlands: Delft University of Technology.

Brinkgreve, R.B.J. (2010), *PLAXIS 2D 2010 manual: reference manual*. The Netherlands: Delft University of Technology.

Coduto, D. P. (1999), *Geotechnical engineering: Principles and practices*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall

Eriksson, K. och Holm, G. (2010), *Omgivningspåverkan i samband med fältförsöket i Granudden: kontrollprogram stso – fältförsök.* Göteborg: COWI.

Heyden, S., Dahlblom, O., Olsson, A. och Sandberg, G. (2005), *Introduktion till strukturmekanik*. Lund: KFS i Lund AB.

Ottosen, N.S. och Petersson, H. (1992), *Introduction to the finite element method*. New York: Prentice Hall

Potts, D.M. and Zdravkovic, L. (2001), *Finite element analysis in geotechnical engineering: Application*. London: Thomas Telford.

Ryner, A., Fredriksson, A. och Stille, H. (1996), *Sponthandboken: Handboken för konstruktion och utformning av sponter*. Stockholm: Byggforskningsrådet.

Sällfors, G.(2001), Geoteknik: jordmaterial: jordmekanik. Göteborg.

Muntliga källor

Clas Asphage (2010), Ramböll Sverige AB.

Robert Hermanson (2010), Fälttekniker, Geometrik i Stockholm AB.