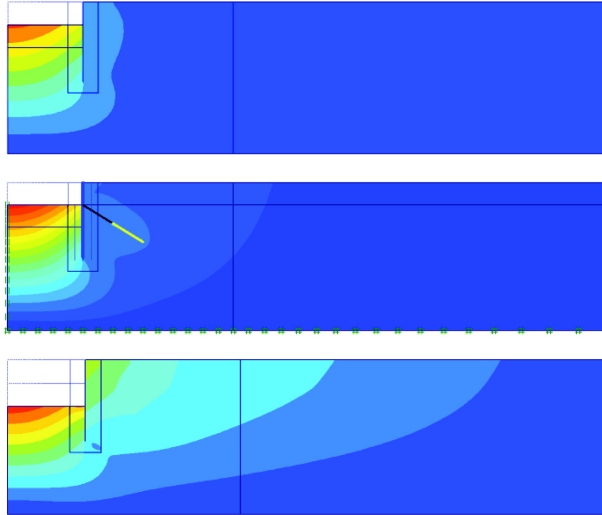




LUND
UNIVERSITY



ANALYS AV JORD OCH KONSTRUKTION I SAMVERKAN - UTVÄRDERING AV OLIKA FE-PROGRAM

DANIEL JÖNSSON

Structural
Mechanics

Master's Dissertation

Department of Construction Sciences
Structural Mechanics

ISRN LUTVDG/TVSM--07/5145--SE (1-184)
ISSN 0281-6679

ANALYS AV JORD OCH
KONSTRUKTION I SAMVERKAN
- UTVÄRDERING AV OLIKA
FE-PROGRAM

Master's Dissertation by
DANIEL JÖNSSON

Supervisors:

Ola Dahlblom, Professor,
Div. of Structural Mechanics

Henrik Möller,
Tyréns, Helsingborg

Ulf Ekdahl,
PEAB, Malmö

Copyright © 2007 by Structural Mechanics, LTH, Sweden.
Printed by KFS I Lund AB, Lund, Sweden, June, 2007

For information, address:
Division of Structural Mechanics, LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.
Homepage: <http://www.byggmek.lth.se>

Abstract

When building below ground level in cities the regulations regarding deformations of surrounding soil are very strict. When using conventional methods of calculation it is difficult to predict the occurring deformations. This is why it has become more common to use FE-modeling to determine deformations. With FE-modelling it is possible to take the interactions between soil and construction into consideration.

There are FE-programs made for modelling constructions but it is difficult to model soil with these. In programs made for modelling geotechnical situations problems can arise with modelling structures in a satisfying way. The purpose of this work is to evaluate a few different programs for analysing the soil and structure interaction. In this work ABAQUS, Plaxis and Z-Soil have been compared. ABAQUS is a general purpose program whereas Plaxis and Z-Soil were developed specially for geotechnical modelling.

In this work FE-modelling of two different cases has been performed. One simplified case is used for learning of how to use the program and it has also been used for comparison between computer aided calculations and conventional manual calculation. The second case is a part of the City-Tunnel project in Malmö where there was a fairly detailed investigation along with measurements of the displacement of the soil using inclinometers.

Modelling of projects like these with ABAQUS is complicated. Plaxis is very user-friendly and easy but it gives lesser options to the user. Z-Soil, on the other hand, is somewhat more difficult to learn how to use and it takes more time to prepare the model, but with the program the user gets more options.

The models in Plaxis and Z-Soil give relatively good accuracy in comparison with reality. In ABAQUS no modelling of the case from practice has been performed, but in the simplified case it shows that there is no major difference in the results between the different programs. The computed displacements are somewhat larger than the mesarud values. One reason for obtaining larger values in the simulations is that material data has been chosen with a safety margin when the geotechnical survey was performed. Another reason can be that ground water has already been pumped away from the outside of the diaphragm wall in reality but not in the model.

Titel: Analys av jord och konstruktion i samverkan – utvärdering av olika FE-program

Författare: Daniel Jönsson

Handledare: Ola Dahlblom, Byggmekanik LTH, Henrik Möller, Tyréns Helsingborg, Ulf Ekdahl, PEAB Grundläggningsteknik Malmö

Nyckelord: FE-modellering, Jord, Geoteknik, FEM, ABAQUS, Z-soil, Plaxis, Slitsmur, Sponter, Citytunneln

Sammanfattning

Vid byggnation under mark i städer är kraven avseende deformationer i kringliggande mark hårda. Med konventionella beräkningsmetoder är det svårt att förutsäga vilka deformationer som kommer att uppkomma. Det har därför blivit allt vanligare att använda FE-modelleringar för att bestämma deformationerna. Med FE-modellering kan även hänsyn till samverkan mellan jord och konstruktion tas.

Det finns FE-program som är gjorda för att modellera konstruktionerna men i dessa är det svårt att modellera jorden. I program som är gjorda för att modellera geotekniska situationer kan det vara problem att modellera konstruktionen på ett tillfredsställande sätt. Syftet med detta arbete är att utvärdera några olika program för analys av jord och konstruktion i samverkan. I arbetet har ABAQUS, Plaxis och Z-Soil jämförts.

ABAQUS är ett generellt FE-program som förekommer i många ingenjörskberäkningar men som vanligtvis inte används i geotekniska tillämpningar. Programmet innehåller en mängd olika materialmodeller och valmöjligheterna för användaren är stora. Plaxis och Z-soil är program utvecklade för geotekniska modelleringar och innehåller inte lika många materialmodeller som ABAQUS.

Vid FE-modellering har materialmodellerna som används stor inverkan, därför presenteras de vanligaste konstitutiva sambanden för modellering av jord. De konstitutiva samband som tas upp är linjär elasticitet, Drucker-Pragers flytkriterium, Mohr-Coulombs flytkriterium och Rankines flytkriterium. De materialmodeller som finns i de olika programmen presenteras sedan också tillsammans med en presentation av programmen.

Det har gjorts FE-modellering av två olika fall, ett idealiserat fall som används för jämförelse med konventionell handberäkning och inläring av programmen. Det andra fallet är taget från Citytunnelprojektet i Malmö där det finns relativt noggranna undersökningar samtidigt som det finns mätningar på jordens förskjutningar med hjälp av inklinometrar.

Modellering av dylika projekt med ABAQUS är komplicerat, eftersom det finns så många materialmodeller och elementnät att välja på. Det går inte heller att byta materialegenskaper på element i modellen. Detta tillsammans med svårigheter att inaktivera element i en modell gör att detta program är svårt att använda då konstruktionens olika uppbyggnadsskeden ska modelleras efterhand.

Z-soil och Plaxis som är gjorda för geotekniska modelleringar har även de flera materialmodeller för jorden. Z-soil har några materialmodeller för modellering av konstruktionsmaterial medan Plaxis bara kan modellera materialen med linjärelastiskt samband. Plaxis är mycket användarvänligt och enkelt men ger färre valmöjligheter för användaren. Z-soil däremot är något svårare att lära sig och tar längre tid vid inmatningen av modellen, programmet ger dock större valmöjligheter till användaren.

Modelleringarna ger relativt bra överensstämmelse med verkligheten. Utseendet på förskjutningarna är lika i modelleringar och verklighet men med en skalfaktor mellan. En anledning till mindre deformationer i verkligheten är att materialvärden valts på säkra sidan vid undersökningarna. En annan anledning kan vara att grundvatten började pumpas bort på utsidan av slitsmuren i verkligheten men inte i modelleringen.

Förord

Denna rapport är en del av ett examensarbete som utförts på avdelningen för byggnadsmekanik vid Lunds Tekniska Högskola. Arbetet har utförts under 2006.

Jag skulle vilja tacka mina handledare professor Ola Dahlblom på avdelningen för byggnadsmekanik, Henrik Möller på Tyréns och Citytunnelprojektet samt Ulf Ekdahl på Peab grundläggningsteknik. Jag skulle även vilja tacka Mats Svensson och Julia Westerberg på Tyréns för deras hjälp, tålamod och stöttning. Ett stort tack även till Kent Persson på avdelningen för byggnadsmekanik och Erik Serrano som vid tidpunkten för arbetet fanns på avdelningen för byggmekanik men numera finns på institutionen för Teknik och design vid Växjö univeritet för deras outröttliga hjälp vid med inläring och modellering i ABAQUS.

Lund maj 2007

Daniel Jönsson

Innehållsförteckning

1	Inledning	11
1.1	Bakgrund	11
1.2	Syfte	12
1.3	Metod	12
1.4	Avgränsningar	12
2	Spänningar och töjningar	13
2.1	Spänningar	13
2.2	Töjning	17
3	Konstitutiva samband	22
3.1	Linjär elasticitet	22
3.2	Olinjärt materialbeteende	26
3.3	Flytkriterium	29
3.4	Ändringar av flytkriteriet	45
3.5	Plasticitet	47
3.6	Trefasmaterialet jord	59
4	Plaxis	61
4.1	Allmänt	61
4.2	Jordmodeller	61
4.3	Odränerad analys	68
4.4	Element	70
4.5	Beräkningssätt	73
5	Z-soil	75
5.1	Allmänt	75
5.2	Jordmodeller	75
5.3	Existensfunktioner	82
5.4	Lastfunktioner	83
5.5	Element	83
5.6	Beräkningssätt	87
6	ABAQUS	90
6.1	Allmänt	90
6.2	Materialmodeller	90
6.3	Beräkningssteg	98
6.4	Element	99
6.5	Ytor och andra kopplingar mellan material	100
6.6	Laster och randvillkor	100
7	Idealiserat fall	101
7.1	Bakgrund	101
7.2	Indata	101
7.3	Beräkningar	103
7.4	Resultat	124
7.5	Diskussion	136
8	Praktiskt fall	139
8.1	Citytunnelprojektet	139
8.2	Indata	145
8.3	Beräkningar	149
8.4	Fälldata	162

8.5	Resultat	164
8.6	Diskussion	181
9	Diskussion	183
10	Slutsatser	185
11	Referenser	186
11.1	Trycksaker	186
11.2	Webbsidor	187
11.3	Muntliga kontakter	187

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Idag när det byggs mycket under marken i flera större städer blir kraven avseende sättningar och horisontaldeformationer allt större. Det är i många fall svårt att förutsäga vilka sättningar och horisontaldeformationer som uppkommer med konventionella handberäkningar, därför har det idag blivit vanligare att använda FE-modelleringar för att bestämma dessa. FE-modelleringar kan dock även utnyttjas för att bestämma krafter i de konstruktioner som används vid dessa byggen. Vid konventionella beräkningar, av t ex en platta på mark eller en spont, tas ingen hänsyn till samverkan mellan jord och konstruktion. Sättningarna är dock beroende av både jordens och konstruktionens egenskaper, därför ger en analys av jord och konstruktion i samverkan ett bättre resultat. Det finns i FE-beräkningar möjlighet att ta med denna samverkan i beräkningarna.

För att klara de hårda kraven som ställs vid bebyggelse i städer har slitsmurar börjat användas istället för spont i en del byggen som t ex Götatunneln i Göteborg och Citytunneln i Malmö. En slitsmur byggs upp genom att en slits schaktas ut i jorden och stabiliseras med en bentonitslurry. När schaktningen är klar sänks en armeringskorg ner i schakten och det gjuts betong underifrån och upp i slitsen. Detta förfarande gör att omgivningspåverkan minskar jämfört med då en spont används.

Ett FE-program som är vanligt för geotekniska beräkningar är Plaxis. Detta program är speciellt utvecklat för jord- och bergmekaniska analyser, och mindre utvecklat när det gäller modellering av konstruktioner. Plaxis är främst ett tvådimensionellt program för statiska beräkningar av spänningar och deformationer men det finns tillägg till programmet som kan erbjuda mer avancerade vattenflödesanalyser, dynamiska beräkningar eller tredimensionella beräkningar.

Z-soil är ett annat FE-program som är utvecklat för geotekniska beräkningar, detta är mindre vanligt i Sverige idag. Även detta program är speciellt utvecklat för jord- och bergmekaniska analyser, det finns dock möjlighet att göra även flödesanalyser. Programmet är främst gjort för tredimensionella beräkningar men det finns också möjlighet att göra tvådimensionella beräkningar. De flödesanalyser som kan göras i programmet kan göras antingen som vattenflöde, värmefflöde eller fuktflödesanalyser. I Z-soil finns många olika materialmodeller vilket gör att programmet även kan användas till att modellera andra material än jord och berg.

Ytterligare ett program är ABAQUS som är ett generellt FE-program, som alltså inte är speciellt fokuserat på jord, men innehåller modeller som kan tillämpas på jord. Programmet används vanligen inte i geotekniska sammanhang men är vanligt vid flera andra ingenjörsberäkningar. ABAQUS är främst ett tredimensionellt program som kan genomföra både statiska och dynamiska beräkningar, det finns dock även möjlighet att göra tvådimensionella beräkningar. Detta programmet innehåller en mängd olika materialmodeller och kan modellera de mest skilda material. Det finns

även möjligheten att göra en mängd olika FE-analyser, exempelvis analys av deformation, spänning och vattenflöden, i detta program.

1.2 Syfte

I detta examensarbete utvärderas de tre programmen Plaxis, Z-soil och ABAQUS för analys av jord och konstruktion i samverkan. Syftet är att belysa vilka för- och nackdelar de olika programmen har.

1.3 Metod

En viktig del i FE-modellering är vilka materialmodeller som används därför kommer de vanligaste materialmodellerna för jord att tas upp. Detta görs tillsammans med en förklaring av hur en FE-beräkning görs. Arbetet innehåller en kort förklaring till varje program samt en modellering av ett enkelt idealiserat fall. Arbetet avslutas med en modellering där slitsmurarna vid byggandet av Citytunneln i Malmö används som referensobjekt. Detta referensobjekt har valts för att det finns relativt noggranna geotekniska undersökningar av området, samtidigt som det finns mätningar på jordens förskjutningar med hjälp av inklinometrar.

1.4 Avgränsningar

Alla modelleringar görs i en tvådimensionell modell för att arbetet ska kunna göras inom tidsramen. Detta är ingen större begränsning då det fortfarande är vanligast med tvådimensionella beräkningar i geotekniska sammanhang. Det har även visat sig under arbetets gång att det är arbetskrävande att genomföra beräkningar av detta slag i ABAQUS, av tidskäl har därför detta program använts enbart för idealiserade fallet.

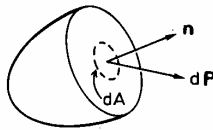
2 Spänningar och töjningar

I detta kapitel behandlas de spänningar och töjningar som verkar på en kropp. Detta kommer att ge oss en jämvikt i tre dimensioner och ett kinematiskt samband som vi kommer att ha nytta av då de konstitutiva sambanden såsom linjär elasticitet och plasticitet ska presenteras i senare kapitel. I detta kapitel kommer inga antaganden om material att göras utan dessa samband gäller oavsett material så länge det kan behandlas som ett kontinuerligt material.

2.1 Spänningar

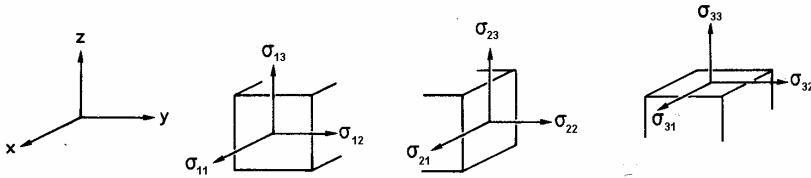
På en kontinuerlig kropp kan två olika krafter verka, krafter som verkar i kroppen (kraft per volym) och krafter som verkar på ytan (kraft per area). I Figur 2.1 visas en kropp med ytan som har normalen \mathbf{n} riktad ur kroppen och en kraftvektor $d\mathbf{P}$ verkar på en infinitivt liten yta av kroppen dA . Då arean dA närmar sig noll antas kvoten $d\mathbf{P}/dA$ närma sig ett värde givet av

$$\mathbf{t} = \frac{d\mathbf{P}}{dA} \quad dA \rightarrow 0; \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$



Figur 2.1. Figuren visar hur kraftvektorn $d\mathbf{P}$ verkar på arean dA som har normalen \mathbf{n} (Ottosen och Petersson, 1992).

Vektorn \mathbf{t} kallas tractionvektor (dragvektor) och dess komponenter t_1 , t_2 och t_3 är riktade i x -, y - och z -riktningen och kan anges med enheten N/m^2 . Tractionvektorn är relaterad till en yta med normalen \mathbf{n} riktad ur kroppen. Om ytorna är olika kan tractionvektorer vara olika i en och samma punkt. Ett sätt att skriva så att all information för att kunna bestämma en tractionvektor för en godtycklig yta genom en punkt är att använda spänningstensorn.



Figur 2.2. Figuren visar de tre olika ytorna som är vinkelräta mot koordinataxlarna. Figur a) visar ytan där normalen är $(1,0,0)$, figur b) visar ytan med normalen $(0,1,0)$ och figur c) visar ytan med normalen $(0,0,1)$ (Ottosen och Petersson, 1992).

För att definiera spänningstensorn bildas de ytor som är vinkelräta mot koordinataxlarna och dess tractionvektorer plockas fram, detta visas i Figur 2.2. Normalerna till ytorna som är vinkelräta mot koordinataxlarna och tillhörande tractionvektorer ges av

$$\mathbf{n} = (1,0,0) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{s}_1 = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{n} = (0,1,0) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{s}_2 = \begin{bmatrix} \sigma_{21} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{n} = (0,0,1) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{s}_3 = \begin{bmatrix} \sigma_{31} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Som visas i Figur 2.2 är σ_{11} , σ_{22} och σ_{33} normalspänningar och σ_{12} , σ_{13} , σ_{21} , σ_{23} , σ_{31} och σ_{32} skjuvspänningar. Det första indexet för spänningarna visar vilken tractionvektor som spänningen härrör från och det andra indexet visar dess riktning. Dessa tractionvektorer används nu för att definiera spänningstensorn enligt

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^T \\ \mathbf{s}_2^T \\ \mathbf{s}_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Det går att visa att \mathbf{S} är symmetrisk och det går även att visa att \mathbf{S} innehåller all nödvändig information för att kunna bilda tractionvektorn för en godtycklig yta genom en punkt, vilket innebär att tractionvektorn kan skrivas enligt (Ottosen och Petersson, 1992)

$$\mathbf{t} = \mathbf{S} \mathbf{n} \quad (2.6)$$

Ekvation (2.6) kallas ibland för Cauchys formel och är från 1822. Om ytan är en ytteryta till kroppen kommer ekvation (2.6) att vara en beskrivning av relationen mellan kraften på ytterytan och spänningstensorn, detta innebär att det då är ett randvillkor.

Om formlerna (2.1), (2.5) och (2.6) används tillsammans fås randvillkoren

$$\begin{aligned} t_1 &= \sigma_{11}n_1 + \sigma_{12}n_2 + \sigma_{13}n_3 \\ t_2 &= \sigma_{21}n_1 + \sigma_{22}n_2 + \sigma_{23}n_3 \\ t_3 &= \sigma_{31}n_1 + \sigma_{32}n_2 + \sigma_{33}n_3 \end{aligned} \quad (2.7)$$

När sedan ekvationerna (2.2) till (2.4) används kan detta skrivas som

$$\begin{aligned} t_1 &= \mathbf{s}_1^T \mathbf{n} \\ t_2 &= \mathbf{s}_2^T \mathbf{n} \\ t_3 &= \mathbf{s}_3^T \mathbf{n} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Vi ska nu sätta upp en jämvikt för en godtycklig kropp. Det är två krafter som verkar på den godtyckliga kroppen. Den ena är kraften verkar på kroppens yta S , alltså den som beskrivs med tractionvektorn \mathbf{t} , den andra är en utbredd kraft som verkar över hela kroppens volym V , kroppskraften \mathbf{b} . Jämvikten kan då skrivas som

$$\int_S \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{b} dV = \mathbf{0} \quad (2.9)$$

Denna jämvikt innehåller tre olika ekvationer, dessa är

$$\begin{aligned} \int_S t_1 dS + \int_V b_1 dV &= 0 \\ \int_S t_2 dS + \int_V b_2 dV &= 0 \\ \int_S t_3 dS + \int_V b_3 dV &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Används nu t_I ur ekvation (2.8) blir den första ekvationen i (2.10)

$$\int_S (\mathbf{s}_1^T \mathbf{n}) dS + \int_V b_1 dV = 0 \quad (2.11)$$

Om Gauss sats, som även kallas divergenssatsen, (Persson och Böiers, 1988) nu används på första termen erhålls

$$\int_V (\text{div } \mathbf{s}_1 + b_x) dV = 0 \quad (2.12)$$

Eftersom detta ska gälla för en godtyckligt vald volym V gäller att

$$\text{div } \mathbf{s}_1^T + b_x = 0 \quad (2.13)$$

Ekvation (2.2) används tillsammans med definitionen för divergens (Persson och Böiers, 1988) ger

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial z} + b_1 = 0 \quad (2.14)$$

Detta är jämviktsekvationen i x-led, för att få fram jämviktsekvationerna i y- och z-led behandlas de båda andra ekvationerna i ekvation (2.10) på samma sätt. De tre jämviktsekvationerna blir

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial z} + b_1 &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial z} + b_2 &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial z} + b_3 &= 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

För att få ett kortare skrivsätt definieras matriserna

$$\tilde{\nabla}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Eftersom spänningstensorn \mathcal{S} är symmetrisk så är $\sigma_{12} = \sigma_{21}$, $\sigma_{13} = \sigma_{31}$ och $\sigma_{23} = \sigma_{32}$ vilket innebär att vektorn definierad i (2.17) innehåller alla spänningstermer. Matrisen i (2.16) är en matrisdifferentialoperator. När (2.16) och (2.17) används på jämviktsekvationerna kan (2.15) skrivas som

$$\tilde{\nabla}^T \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (2.18)$$

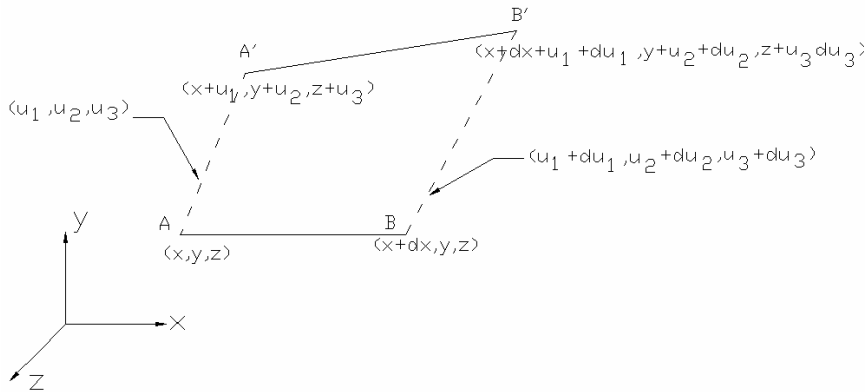
2.2 Töjning

Vi övergår nu till att titta på deformationerna av kroppen. En godtyckligt vald punkt A i kroppen kan betecknas med koordinaterna (x, y, z) innan deformation av kroppen. Efter deformationen har punkten förflyttats till A' och har de nya koordinaterna $(x+u_1, y+u_2, z+u_3)$, där u_1 , u_2 , och u_3 är ändringen på grund av deformationen som kallas förskjutningskomponenter. Förskjutningskomponenterna kan sättas ihop till en vektor och kallas förskjutningsvektor.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Förskjutningen av punkten A är alltså given av $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, z)$. För en punkt B intill med koordinaterna $(x+dx, y, z)$ ges förskjutningarna av $\mathbf{u} + d\mathbf{u}$, se Figur 2.3. Om kedjeregeln (Persson och Böiers, 1988) används kan $d\mathbf{u}$ skrivas som

$$\begin{aligned} du_1 &= \frac{\partial u_1}{\partial x} dx + \frac{\partial u_1}{\partial y} dy + \frac{\partial u_1}{\partial z} dz \\ du_2 &= \frac{\partial u_2}{\partial x} dx + \frac{\partial u_2}{\partial y} dy + \frac{\partial u_2}{\partial z} dz \\ du_3 &= \frac{\partial u_3}{\partial x} dx + \frac{\partial u_3}{\partial y} dy + \frac{\partial u_3}{\partial z} dz \end{aligned} \quad (2.19)$$



Figur 2.3. Figuren visar punkterna A, B, A' och B', den visar även sträckan mellan A och B samt den deformerade sträckan mellan A' och B'. Figuren visar också förskjutningsvektorerna mellan A och A' samt B och B'.

I Figur 2.3 visas en linje mellan A och B innan deformationerna och samma linje efter deformationerna fast nu mellan punkterna A' och B' eftersom punkterna har förskjutits. Linjen mellan A och B är parallell med x-axeln och har längden dx.

$$|AB| = dx \quad (2.20)$$

Längden mellan A' och B' kan beräknas med hjälp av avståndsformeln till

$$|A'B'| = \sqrt{(dx + du_1)^2 + (du_2)^2 + (du_3)^2} \quad (2.21)$$

Eftersom vi valt linjen mellan A och B parallell med x-axeln är $dy = dz = 0$, om detta används i ekvationerna i (2.19) återstår bara den första termen i varje ekvation. Det som då återstår av (2.19) används sedan i ekvation (2.21) och avståndet mellan A' och B' kan skrivas som

$$|A'B'| = dx \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{\partial u_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial z}\right)^2} \quad (2.22)$$

I de flesta fall är förskjutningsgradienterna så små, i detta arbete kommer de att vara det, att det går att bortse från (Ottosen och Petersson, 1992) de två sista termerna i ekvation (2.22) som istället kan skrivas

$$|A'B'| = dx \cdot \left(1 + \frac{\partial u_1}{\partial x}\right) \quad (2.23)$$

Vi kan nu övergå från förskjutningarna till att beräkna töjningarna. Töjningar brukar beräknas genom en kvot mellan längdändringen och ursprungslängden och betecknas med ε . Om vi som i vårt fall avser längdändringen längs någon axel kallas det normaltöjning och ε indexeras med längdändringens riktning eller som här med ε_{11} i x-led, ε_{22} i y-led och ε_{33} i z-led. Används nu ekvationerna (2.23) och (2.20) kan töjningen i x-led beräknas till

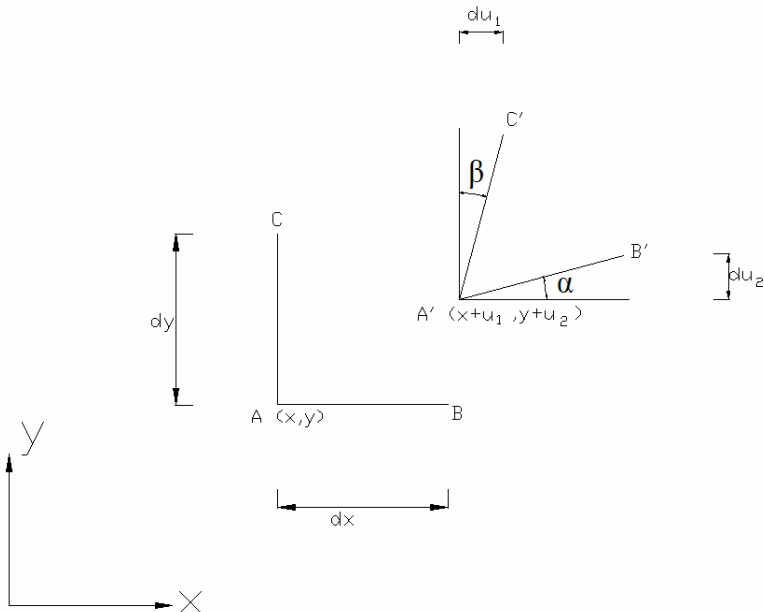
$$\varepsilon_{11} = \frac{|A'B'| - |AB|}{|AB|} = \frac{dx \left(1 + \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) - dx}{dx} = \frac{\partial u_1}{\partial x} \quad (2.24)$$

Samma procedur kan göras i y- och z-led för att erhålla normaltöjningarna även på dessa håll. Om detta görs fås de tre normaltöjningarna till

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x}; \quad \varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial y}; \quad \varepsilon_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial z} \quad (2.25)$$

När en kropp deformeras kommer det inte bara att ske genom normaltöjningar utan som Figur 2.4 visar kommer det även att finnas vinkeländringar. Två linjer väljs mellan punkterna A och B samt mellan A och C så att de är parallella med varsin axel. Om de sedan deformeras till linjerna mellan A', B' och C' enligt figur 2.5 kan ekvationerna i (2.26) plockas fram ur figuren under vissa förutsättningar. Dessa förutsättningar är att förskjutningsgradienterna är så små att de kan bortses ifrån (vilket tidigare har förutsatts) samt att det går att bortse från längdändringen av linjerna.

$$\sin \alpha = \frac{du_2}{|A'B'|} = \frac{du_2}{dx}; \quad \sin \beta = \frac{du_1}{|A'C'|} = \frac{du_1}{dy} \quad (2.26)$$



Figur 2.4. Figuren visar punkterna A, B och C samt deras förskjutningar till A', B' och C'. Figuren visar även vinkeländringarna α och β .

Eftersom linjen mellan A och B är parallell med x-axeln kommer $dy = dz = 0$ längs linjen vilket ger att de två sista termerna i första ekvationen i (2.19) försvinner. På samma sätt försvinner första och sista termen i andra ekvationen längs linjen mellan A och C då $dx = dz = 0$. Utnyttjas detta tillsammans med att $\sin \alpha = \alpha$ för små vinklar kan ekvationerna i (2.26) skrivas som

$$\alpha = \frac{\partial u_2}{\partial x}; \quad \beta = \frac{\partial u_1}{\partial y} \quad (2.27)$$

Den sammanlagda vinkeländringen mellan $\alpha + \beta$ brukar kallas skjuvtöjning och betecknas med γ som indexeras efter vilka koordinataxlar som de ursprungliga linjerna var parallella med. I vårt fall kommer skjuvtöjningarna att skrivas som γ_{12} och beräknas enligt

$$\gamma_{12} = \alpha + \beta = \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial y} \quad (2.28)$$

Om denna procedur görs för de vinkeländringar som kan uppstå i andra koordinatriktingar vid deformationer och tas det hänsyn till att skjuvtöjningarna är symmetriska, alltså $\gamma_{12} = \gamma_{21}$, erhålls följande skjuvtöjningar.

$$\begin{aligned}\gamma_{12} &= \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \\ \gamma_{13} &= \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial x} \\ \gamma_{23} &= \frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial y}\end{aligned}\tag{2.29}$$

Ekvationerna i (2.25) och (2.29) ger en komplett beskrivning av deformationerna i en kropp och kan skrivas på matrisform som

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\nabla} \mathbf{u}\tag{2.30}$$

där

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix}; \quad \tilde{\nabla} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}\tag{2.31}$$

Ekvation (2.30) gäller bara under förutsättningen att förskjutningsgradienten är liten, detta är den om deformationerna är små. Töjningarna kan anses som små om de är mindre än 3-5 % (Ottosen och Petersson, 1992). För stora deformationer måste andra samband för töjningarna användas. I detta arbete kommer dock bara små töjningar att användas därför är inte detta nödvändigt här. Det kan ses att matrisdifferentialoperatoren i (2.30) är samma som i (2.18). Eftersom ekvation (2.30) är baserad på enbart kinematiska samband kallas ekvationen ibland för den kinematiska relationen.

3 Konstitutiva samband

3.1 Linjär elasticitet

Sambandet mellan spänningar och töjningar brukar kallas konstitutivt samband. I detta avsnitt ska vi gå igenom det enklaste av dessa samband, nämligen linjär elasticitet. Från linjär elasticitet i en dimension vet vi att Hookes lag gäller

$$\sigma = E \varepsilon \quad (3.1)$$

Där elasticitetsmodulen E är en materialspecifik konstant som erhålls som lutningen på kurvan i ett spännings-töjningsdiagram under den linjärelastiska fasen. Under den linjärelastiska fasen har materialet samma avlastningskurva som pålastningskurva vilket innebär att materialet är oberoende av tidigare belastningar. Detta stämmer även för linjär elasticitet i tre dimensioner och ekvation (3.1) kan generaliseras till tre dimensioner. För detta fall ges spänningarna av σ i ekvation (2.17) och töjningarna av ε i ekvation (2.31) och Hookes lag får följande utseende

$$\sigma = \mathbf{D}\varepsilon \quad (3.2)$$

där \mathbf{D} kallas den konstitutiva matrisen, eller styvhetsmatrisen och ser ut enligt

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & \cdots & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & \cdots & D_{26} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{61} & D_{62} & \cdots & D_{66} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

För att linjär elasticitet ska gälla måste styvhetsmatrisen (3.3) vara konstant. Om hyperelasticitet gäller kommer styvhetsmatrisen att vara symmetrisk vilket innebär

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^T \quad (3.4)$$

Hyperelasticitet innebär att töjningsenergin för en given töjning bara beror på töjningen i sig och inte på hur töjningen uppkommit. Detta används nästan alltid vid linjärelastiska beräkningar och kommer att användas även i detta arbete. Anledningen till att styvhetsmatrisens symmetri utnyttjas är att en symmetrisk matris inte tar lika mycket minne att spara i datorn. Det kan även visas att styvhetsmatrisen är inverterbar så att ekvation (3.5) gäller, i denna brukar \mathbf{C} -matrisen kallas flexibilitetsmatrisen. (Ottosen och Petersson, 1992)

$$\varepsilon = \mathbf{C}\sigma; \quad \mathbf{C} = \mathbf{D}^{-1} \quad (3.5)$$

Detta är två olika sätt att skriva det konstitutiva sambandet mellan spänningar och töjningar. När sambandet uttrycks som i ekvation (3.2) där det är töjningarna som styr hur stora spänningarna blir kallas detta samband töjningsdrivet samband. Av samma anledning kallas sambandet i (3.5) för spänningsdrivet samband.

Styvhetsmatrisens utseende skiftar beroende på vilken sorts material som avses. Det som gör att styvhetsmatrisen skiftar utseende är hur många symmetriplan som materialet kan anses ha, alltså om materialet är anisotropt (inga symmetriplan), ortropt (tre symmetriplan), isotropt (oändligt många symmetriplan) osv. Här kommer bara isotropi att tas upp eftersom vid modellering av jord brukar jorden anses som isotrop. För utseendet på styvhetsmatrisen i övriga fall hänvisas till t ex Ottosen och Petersson (1992). För isotropa material kan styvhetsmatrisen skrivas som

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Styvhetsmatrisen för isotropa material är, som ses i (3.6) bara beroende av två koefficienter, elasticitetsmodulen E och tvärkontraktionstalet ν . Skjuvmodulen beror på tvärkontraktionstalet och elasticitetsmodulen enligt (3.7).

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.7)$$

Med detta samband tillsammans med (3.4) och (2.31) kan ses att skjuvspänningarna och skjuvtöjningarna är beroende av varandra enligt

$$\sigma_{12} = G\gamma_{12}; \quad \sigma_{13} = G\gamma_{13}; \quad \sigma_{23} = G\gamma_{23} \quad (3.8)$$

Vi kan av detta se att det är samma som vi har då vi räknar i en dimension och att skjuvspänningarna är oberoende av normalspänningarna och tvärtom. Det kan även nämnas att för isotropa material går det att invertera styvhetsmatrisen direkt för att få flexibilitetsmatrisen som då blir

$$\mathbf{C} = \mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Om styvhetsmatrisen beror på positionen i materialet, alltså $\mathbf{D} = \mathbf{D}(x, y, z)$, kallas materialet inhomogent. I detta arbete behandlas inga material av detta slag utan alla material antas vara homogena.

3.1.1 Plan elastisk töjning

Plan töjning innebär att inga förskjutningar görs i z -led, vilket innebär att inget beror på z -koordinaten enligt

$$u_1 = u(x, y); \quad u_2 = u(x, y); \quad u_3 = 0 \quad (3.10)$$

Detta innebär att alla termer som beror på förskjutningarna längs z -axeln i ekvation (2.19) blir noll vilket ger

$$\begin{aligned} du_1 &= \frac{\partial u_1}{\partial x} dx + \frac{\partial u_1}{\partial y} dy \\ du_2 &= \frac{\partial u_2}{\partial x} dx + \frac{\partial u_2}{\partial y} dy \end{aligned} \quad (3.11)$$

Genom att göra motsvarande räkning som för det tredimensionella fallet kommer matriserna den kinematiska ekvationen (2.30) att innehålla färre termer och se ut enligt

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad \tilde{\nabla} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

När detta sedan används i Hookes generaliserade lag för linjär elasticitet (3.2) erhålls för ett isotopt material

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\sigma_{33} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) \quad (3.14)$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0 \quad (3.15)$$

Plan töjning uppkommer i verkligheten då långa kroppar som belastas vinkelrätt mot kroppens långa axel eller då kroppen på annat sätt är förhindrad att röra sig åt något håll. Detta kan inses eftersom en del i mitten av kroppen inte kan flytta sig åt det långa hållet eftersom det är så mycket av kroppen som håller emot på det hållet. Exempel där plan töjning kan användas är vid betonggolv, långa stödmurar och som i vårt fall med stora områden med jord.

3.1.2 Plan elastisk spänning

Plan spänning innebär att alla spänningar i z -led är noll, alltså att $\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$. Detta leder till att spänningstensorn \mathbf{S} får följande utseende

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

och att randvillkoren i (2.7) blir

$$\begin{aligned} t_x &= \sigma_{11}n_x + \sigma_{12}n_y \\ t_y &= \sigma_{21}n_x + \sigma_{22}n_y \\ t_z &= 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Även i den utbredda kroppslasten \mathbf{b} i (2.9) kommer z -komponenten att vara noll vilket leder fram till att jämvikten (2.15) kan skrivas som

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + b_x &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} + b_y &= 0\end{aligned}\tag{3.18}$$

För att nu jämviktsekvationen ska kunna formuleras på matrisform på samma sätt som i det tredimensionella fallet, se ekvation (2.18), definieras matriserna i (2.16) och (2.17) enligt

$$\tilde{\nabla}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix}\tag{3.19}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix}\tag{3.20}$$

Om $\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$ används i ekvation (2.31) och vi antar ett isotopt material kommer töjningarna att variera enligt:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}\tag{3.21}$$

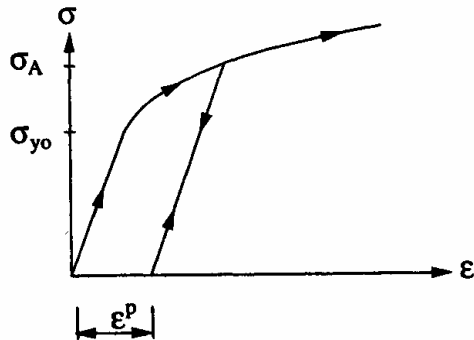
$$\varepsilon_{33} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22}); \quad \gamma_{13} = \gamma_{23} = 0\tag{3.22}$$

Detta innebär att alla krafter vid plan spänning måste gå i xy-planet men att töjningen vinkelrät planet i allmänhet är skild från noll. Plan spänning används för tunna kroppar med spänning enbart i planet, detta kan till exempel vara betongväggar eller vid tester av spännings-töjningssamband i material.

3.2 Olinjärt materialbeteende

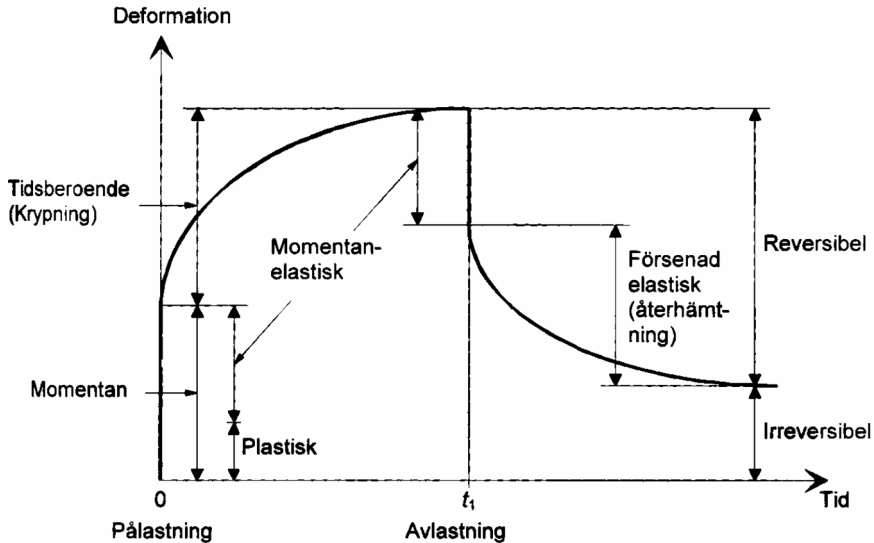
Sambandet mellan spänningar σ och töjningar ε vid enaxlig spänning kan se ut som i Figur 3.1. Den raka delen av kurvan representerar sambandet mellan den elastiska spänningen σ^e och den elastiska töjningen ε^e där styvheten är representerad av elasticitetsmodulen E som är lutningen på kurvan. När spänningarna når flytspänningen σ_{y0} kommer deformationer som inte går tillbaka att uppkomma, detta är plastiska deformationer. De plastiska deformationerna uppkommer på grund av de spänningar som är större än flytspänningen. Dessa kallas plastiska spänningar σ^p . När

sedan avlastningen sker kommer den att följa den högra linjen ner till dess spänningen är noll. Efter total avlastning kvarstår de plastiska töjningarna ϵ^p , Figur 3.1. När materialet nu lastas på igen kommer flytspänningen att ha flyttat sig till σ_A . Dessa olika egenskaper för materialet är viktiga att veta och är ganska enkla att bestämma vid enaxlig spänning. Vid spänning i flera riktningar som i detta arbete är spänningen representerad av en spänningstensor med sex oberoende spänningskomponenter och det gäller att bestämma den kritiska kombinationen av dem.



Figur 3.1. Figuren visar en töjning-spänningskurva.

Förutom de momentana deformationerna som uppkommer direkt vid belastningens början finns det även deformationer som uppkommer då lasten får verka under längre tid. Dessa deformationer beror på belastningens storlek och dess varaktighet och kallas för krypdeformationer. I Figur 3.2 visas hur deformationerna kan bero på tiden under en konstant belastning. Först uppkommer den momentana deformationen som kan vara elastisk eller plastisk som tidigare nämnts. Efter detta uppkommer krypning fram till avlastningen då den momentana elasticiteten går tillbaka. När den momentana elasticiteten gått tillbaka fortsätter materialet att återhämta sig i en försenad elasticitet.



Figur 3.2. Figuren visar hur deformationerna utvecklas över tiden vid konstant belastning (Burström 2001).

När vi har linjärelastiskt tillstånd är förhållandet mellan spänning och töjning linjärt och det går att lösa de linjära ekvationssystemen rakt av. Vid plastiskt tillstånd får vi icke linjära ekvationssystem. För att lösa dessa görs en inkrementell formulering som innebär att de yttre lasterna eller annan påverkan delas upp i ett ändligt antal steg och ekvationssystemet löses för varje inkrementell del och summeras efterhand fram tills hela lasten eller den föreskrivna förskjutningen är uppnådd. För att beteckna denna inkrementella uppdelning av förutsättningarna används tidsderivatan av spänningen $\dot{\sigma}$ och töjningen $\dot{\epsilon}$ samt tidssteget Δt .

Det inkrementella lösningsförfarandet medför att lösningen inte är exakt rätt utan ett mycket litet fel smyger sig in i beräkningen, felet minskar då inkrementens storlek minskar. I enkla fall kan Forward Euler metoden användas men i de flesta finita elementprogrammen används iterativa lösningsmetoder för att minska felet (Dahlblom m fl, 2005).

Teorin behandlas i tre dimensioner men beräkningarna i detta arbete görs i två dimensioner. Även om information försvinner vid tvådimensionella beräkningar finns det fördelar att använda det. Några av dessa fördelar kan vara snabbare beräkningar och lättare att överskåda resultatet av beräkningarna.

3.3 Flytkriterium

Vid enaxliga spänningstillstånd börjar materialet plasticeras vid en spänning i spänning-töjningsdiagrammet som kallas flytspänning. Vid fleraxliga spänningstillstånd kommer vi att kalla denna punkts motsvarighet för flytkriterium. Detta kriterium formuleras som en funktion som har värdet noll när flytning är uppnådd. Vi förutsätter att flytvillkoret ska vara oberoende av hastigheten på spänningsändringen i materialet. Detta innebär att flytkriteriet bara kan bero på spänningstensorn σ_{ij} .

$$F(\sigma_{ij}) = 0 \quad (3.23)$$

om $F(\sigma_{ij}) < 0$ befinner materialet i elastiskt tillstånd, detta motsvaras i det enaxliga fallet av att spänningen är mindre än flytspänningen. På motsvarande sätt gäller att materialet befinner sig i plastiskt tillstånd om $F(\sigma_{ij}) = 0$.

Spänningstensorn är en tensor innehållande tre normalspänningar och tre skjuvspänningar. Om spänningstensorn transformeras till huvudspänningarnas riktningar kommer alla skjuvspänningar att vara noll (Gustafsson, 2005). Om detta görs kommer funktionen F bara att bero på huvudspänningarna, vi får alltså

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \quad (3.24)$$

För tydlighetens skull bestämmer vi oss för relationen

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (3.25)$$

där dragspänning definieras som positiv. För att bestämma huvudspänningarna måste ett egenvärdesproblem lösas men för att undvika detta problem kan funktionen F uttryckas i spänningsinvarianter. Det finns flera sätt att uttrycka funktionen F i spänningsinvarianter men det mest fördelaktiga är

$$F(I_1, J_2, \cos 3\theta) = 0 \quad (3.26)$$

Utöver fördelen att inga egenvärdesproblem behöver lösas kan det ses som en fördel att dessa invarianter kan tolkas geometriskt (Ottosen och Ristinmaa, 1996). Om detta görs kan det ses att denna formulering separerar inverkan från den hydrostatiska spänningen I_1 från den deviatoriska spänningen som uttrycks i J_2 och $\cos 3\theta$. Storleken på den deviatoriska spänningen ges av J_2 och riktningen på den ges av $\cos 3\theta$. Utöver detta kommer även termen $\cos 3\theta$ att ge oss symmetriegenskaper för flytkriteriet (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

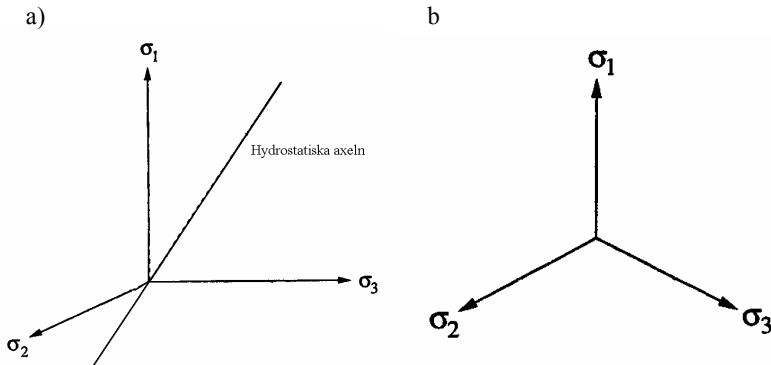
Invarianten I_1 beror bara av diagonalelementen i spänningstensorn σ_{ij} enligt

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{ii} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \\ &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \end{aligned} \quad (3.27)$$

För att beräkna den andra invarianten J_2 används deviatorspänningstensorn s_{ij} som i sin tur beror på spänningstensorn enligt

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.28)$$

$\sigma_{kk}/3$ kallas hydrostatiska spänningen och δ_{ij} är enhetstensorn. Den hydrostatiska spänningen är normalen i ett koordinatsystem där axlarna är parallella med huvudspänningarna, alltså då $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Det plan som har den hydrostatiska spänningen som normal kallas deviatorplanet. Deviatorplanet blir då ett plan som spänns upp av tre axlar med 60° mellan. I Figur 3.3 visas den hydrostatiska spänningen och utseendet av deviatorplanet. De spänningar som i ekvation (3.28) betecknas med s kommer alltså att ligga i deviatorplanet.



Figur 3.3. Figuren visar i a) den hydrostatiska spänningen och i b) deviatorplanet (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

Element som inte är i diagonalerna för deviatorspänningstensorn och spänningstensorn kommer att vara samma till följd av (3.28), vilket har som följd att huvudspänningarna för de olika tensorerna har samma riktning. Invarianten J_2 kan beräknas enligt

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{2} s_{ij} s_{ji} \\ &= \frac{1}{2} (s_{11}^2 + s_{22}^2 + s_{33}^2) + \tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2 = \\ &= \frac{1}{6} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Den sista invarianten beräknas som

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{2/3}} \quad (3.30)$$

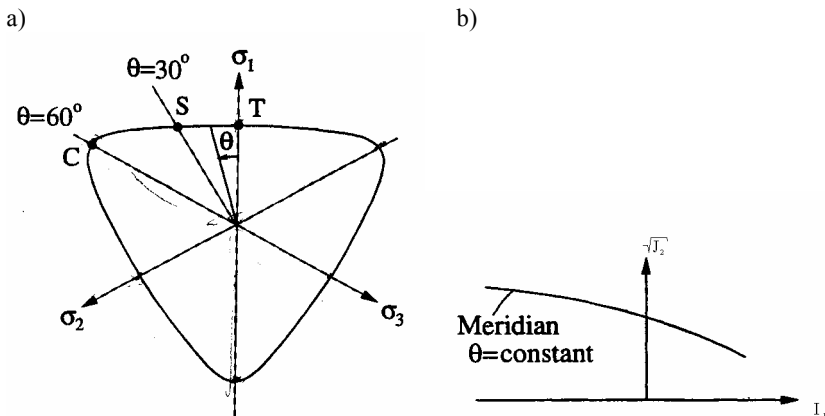
där

$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki} = s_1 s_2 s_3 \quad (3.31)$$

Spänningarna i deviatorplanet periodiska och symmetriska kring $\theta = 60^\circ$, $\theta = 180^\circ$ och $\theta = 300^\circ$. Spänningskurvan i det deviatoriska planet är helt bestämd om den är bestämd för $0 \leq \theta \leq 60^\circ$. I Figur 3.4a ritas kurvan som en konvex kurva. Att detta stämmer för många material kan inte visas matematiskt men stämmer överens med experimentella resultat. (Ottosen och Ristinmaa, 1996)

Det finns flera andra spänningsinvarianter men dessa kommer inte tas upp i detta arbete. Det finns dock två som är vanliga i geotekniska sammanhang och som beror på de ovan presenterade spänningsinvarianterna. Dessa är den ekvivalenta tryckspänningen p och von Mises ekvivalenta spänning q (Z-soil user manual, 2003).

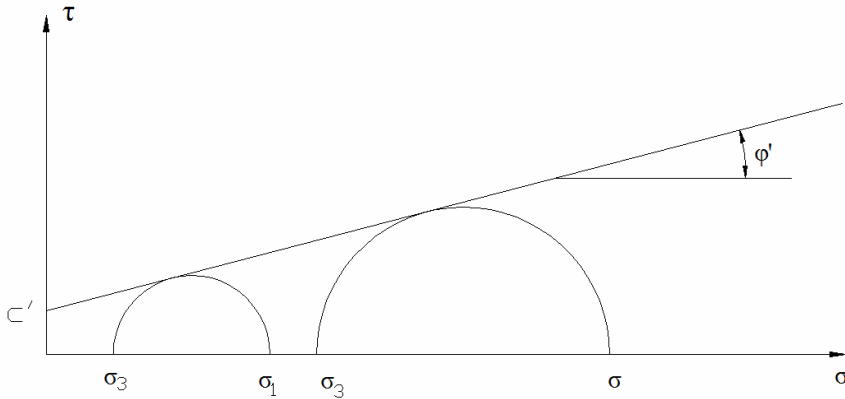
$$p = -\frac{1}{3} I_1; \quad q = \sqrt{3J_2} \quad (3.32)$$



Figur 3.4. Figur a) visar en möjlig flytyta i deviatorplanet, där är även inritade punkter där dragmeridianen (T), tryckmeridianen (C) och skjuvmeridianen (S) skär deviatorplanet. I figur b) visas meridianplanet med en möjlig meridian inritad.

En meridian är den linje som bildas då θ -termen är konstant, vilket innebär att det är den linje som bildas i mötet mellan flytytan och ett plan innehållande den hydrostatiska axeln. Meridianerna ritas i ett koordinatsystem som kallas meridianplanet där axlarna beror på I_1 och $\sqrt{J_2}$, enligt Figur 3.4. Det finns tre speciella meridianer, dragmeridianen, tryckmeridianen och skjuvmeridianen. Dragmeridianen infaller då vi har ett spänningsförhållande enligt $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, vilket motsvaras av enaxlig dragspänning eller tvåaxlig tryckspänning. Om vi vänder på spänningsförhållandet till $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ kommer vi att hamna på tryckmeridianen. Detta motsvaras av att vi har enaxlig tryckspänning eller tvåaxlig dragspänning. Det kan visas att dragmeridianen skär deviatorplanet i $\theta = 0^\circ$ och tryckmeridianen i $\theta = 60^\circ$, se Figur 3.4a. Den tredje speciella meridianen är skjuvmeridianen som skär deviatorplanet i $\theta = 30^\circ$ och uppkommer då spänningsförhållandet är $\sigma_1 > \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 > \sigma_3$. Detta spänningsförhållande motsvaras av ren vridning. (Ottosen och Ristinmaa, 1996)

För att testa material i fleraxliga tillstånd används triaxialförsök som görs i en triaxialcell, som i viss litteratur kallas von Kármáns tryckcell. Denna består av en cylinder inne i en behållare med olja och en vanlig tryckprovningssmaskin som når in i cylindern via en kolv. När materialet applicerats inne i cylindern kan ett horisontaltryck appliceras till materialet via oljan medan vertikaltrycket appliceras med tryckprovningssmaskinen. Detta sätt att prova material på används framförallt på jord eftersom det kan konsolideras innan försöken genomförs genom att ett bestämt tryck läggs på i alla riktningar kan jorden. När konsolideringen är gjord ökas vertikalspänningen genom deformationer i vertikalled. En spänningsdeformationskurva erhålls och tillhörande brottspänningar kan utvärderas. Dessa brottspänningar kan användas för att rita in Mohrs cirkel i ett Mohrdiagram. Försöket görs sedan om med andra begynnelse-spänningstillstånd och en ny cirkel i Mohrdiagrammet kan ritas. Därefter kan en linje ritas in i Mohrdiagrammet och den effektiva kohesionen c' och den effektiva friktionsvinkeln φ' kan utvärderas ur diagrammet, se Figur 3.5. När dessa försök görs är det viktigt att inte lasten appliceras för snabbt utan att porvattnet i jorden hinner dräneras ut, vilket innebär att om jorden har en låg permeabilitet kommer försöket att ta längre tid. (Sällfors, 2001)



Figur 3.5. Figuren visar ett Mohrdiagram där två Mohrs cirklar har ritats in ur triaxialförsök och utvärderingen av den effektiva kohesionen (c') och den effektiva friktionsvinkeln (ϕ').

Flytkriterierna för metaller skiljer sig markant från flytkriterierna för material som betong och jord. Eftersom detta arbete bara kommer att beröras av flytkriterierna för jord och betong kommer bara de flytkriterier som är applicerbara på dessa material att tas upp. Speciellt för jord och betong är att spänning-töjningskurvan har en svag böjning och därmed ingen väldefinierad flytspänning. Eftersom dessa material ofta har ett litet elastiskt område innan flytspänningen uppnås fokuseras oftast analysen av dessa material till att bestämma brottspänningen. Generellt kan experimentella resultat sammanfattas till följande antaganden för flytkriteriet för jord och betong

- Den hydrostatiska spänningen har stort inflytande
- Det är viktigt att räkna med termen $\cos(3\theta)$
- Flytytan är konvex

Detta innebär att för jorden är alla termerna i flytkriteriet, ekvation (3.26) av stor betydelse, till skillnad från metaller där det går att bortse från inverkan av den hydrostatiska spänningen som beror av I_1 .

3.3.1 Drucker-Pragers kriterium

Trots att vi tidigare sagt att alla termerna i flytkriteriet (3.26) har stor betydelse plockas sista termen bort eftersom den komplicerar beräkningen så mycket. Det gör att (3.26) kan skrivas som

$$F(I_1, J_2) = 0 \quad (3.33)$$

Den enklaste explicita formen att formulera (3.33) är ett linjärt förhållande mellan I_1 och $\sqrt{J_2}$ som föreslogs av Drucker och Prager (1952) och kallas därför Drucker-Pragers flytkriterium. Drucker-Pragers flytkriterium ser ut enligt

$$\sqrt{J_2} + \alpha I_1 - \beta = 0 \quad (3.34)$$

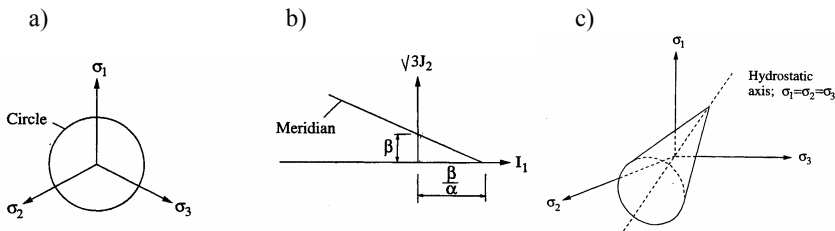
där α är en enhetslös positiv materialparameter och β är en positiv materialparameter med samma enhet som spänning. Om J_2 multipliceras med 3 erhålls von Mises flytkriterium då materialparametern $\alpha = 0$.

Flytytan i (3.34) bildar en oktaeder, till varje yta på denna oktaeder går det att definiera en normalspänning σ_0 och en skjuvspänning τ_0 . Normalspänningen är den ekvivalenta tryckspänningen p fast med omvänt tecken, se ekvation (2.29) och skjuvspänningen är en omskalning av von Mises ekvivalenta spänning q , se ekvation (2.29).

$$\sigma_0 = \frac{1}{3} I_1; \quad \tau_0 = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} \quad (3.35)$$

Detta innebär att den fysikaliska tolkningen av (3.34) är att flytning uppkommer när skjuvspänningen τ_0 uppnår ett värde som beror på normalspänningen σ_0 .

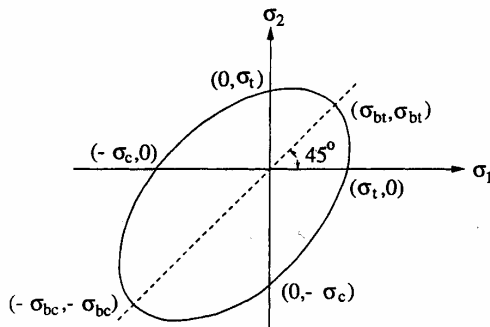
Det deviatoriska planet är definierat av att $I_1 = \text{konstant}$ vilket betyder att även $\sqrt{J_2}$ är konstant i det deviatoriska planet. Detta innebär att kurvan i det deviatoriska planet är en cirkel, se Figur 3.6a. Då vi utelämnat $\cos 3\theta$ -termen i flytkriteriet kommer inte meridianen i meridianplanet att bero på θ utan meridianen får en viss lutning jämfört med den hydrostatiska axeln, se Figur 3.6b. Då detta sätts samman i ett rum som spänns upp av huvudspänningarna utgör flytkriteriet en kon med centrum längs den hydrostatiska axeln enligt Figur 3.6c.



Figur 3.6. Figuren visar Drucker-Pragers kriterier i a) det deviatoriska planet, b) meridianplanet och c) visar Drucker-Pragers flytyta i ett diagram med huvudspänningarna som axlar (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

Då plan spänning förutsätts, alltså att $\sigma_3 = 0$, och ekvation (3.27) till (3.30) sätts in i (3.34) reduceras denna till

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} + \alpha(\sigma_1 + \sigma_2) + \beta = 0 \quad (3.36)$$



Figur 3.7. Figuren visar den förskjutna ellipsen som erhålls vid plan spänning för Drucker-Pragers flytkriterium i σ_1 - σ_2 -planet (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

Denna tvådimensionella variant av Drucker-Pragers flytkriterium kan ritas in ett plan uppspänt av de kvarvarande huvudspänningarna och kommer då att bli en förskjuten ellips att bildas enligt Figur 3.7. Om sedan den enaxliga tryckspänningen σ_c , den enaxliga draghållfastheten σ_t , den tvåaxliga tryckspänningen σ_{bc} samt den tvåaxliga dragspänningen σ_{bt} ritas in på ellipsen kan ekvationerna i (3.37) och (3.38) ställs upp. Dessa kan sedan användas för att bestämma materialparametrarna α och β .

$$\sigma_t = \frac{\beta}{1 + \alpha}; \quad \sigma_c = \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad (3.37)$$

$$\sigma_{bt} = \frac{\beta}{1 + 2\alpha}; \quad \sigma_{bc} = \frac{\beta}{1 - 2\alpha} \quad (3.38)$$

Drucker-Pragers flytkriterium ska användas med försiktighet då materialparametern α är liten, vilket innebär att inverkan av den hydrostatiska spänningen är liten. Detta kan ses genom sambandet mellan det tvåaxliga och enaxliga trycket

$$\sigma_{bc} = \frac{3\sigma_c}{4 - k} \quad (3.39)$$

För betong är k ungefär 4, se avsnitt 3.3.4, vilket innebär att hållfastheten för den tvåaxliga tryckspänningen kommer att gå mot oändligheten. Detta resultat är givetvis inte rimligt utan för betong gäller $\sigma_{bc} \approx 1,2 \sigma_c$. (Ottosen och Ristinmaa, 1996)

3.3.2 Coulombs flytkriterium

Istället för (3.26) som användes för Drucker-Pragers flytkriterium ska vi nu gå tillbaka till (3.24) som ser ut enligt

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \quad (3.40)$$

I denna kommer vi att använda förutsättningen att

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (3.41)$$

För att förenkla det komplicerade uttrycket i (3.40) antas att σ_2 har en liten betydelse. Detta ger oss istället

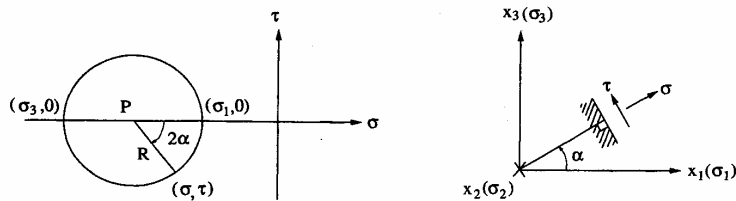
$$F(\sigma_1, \sigma_3) = 0 \quad (3.42)$$

Det enklaste sättet att skriva detta som en linjär ekvation är

$$k\sigma_1 - \sigma_3 - m = 0 \quad (3.43)$$

I (3.43) är k och m materialparametrar. Om (3.43) ska stämma i ett enaxligt tillstånd, alltså då $\sigma_i = 0$, måste materialparametern m vara den enaxliga tryckhållfastheten σ_c . Detta uttryck som bildas då detta används i (3.43) kallas Coulombs flytkriterium och ges av

$$k\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_c = 0 \quad (3.44)$$



Figur 3.8. Figur a) visar Mohrs spänningscirkel och figur b) visar motsvarande punkt i huvudspänningsrummet (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

I Figur 3.8a redovisas en punkt i Mohrs spänningscirkel och i Figur 3.8b visas motsvarande punkt i ett koordinatsystem som är uppspant av huvudspänningsriktningarna. I Figur 3.8 kan det ses att normalspänningarna och skjuvspänningarna verkar på ett plan vars normal har en vinkel α med den största huvudspänningsriktningen σ_1 . Ur figuren av Mohrs spänningscirkel kan det ses att mittpunkten på cirkeln P och cirkelns radie R kan beräknas enligt

$$P = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3); \quad R = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad (3.45)$$

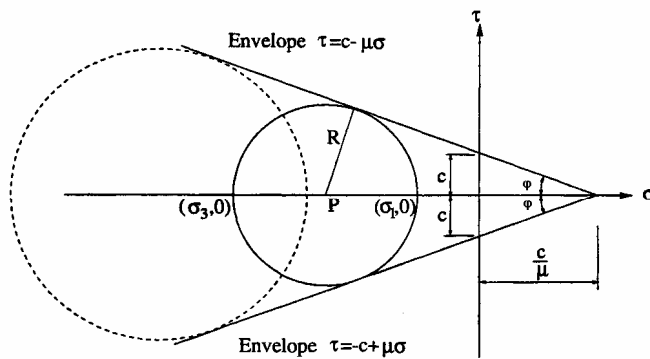
Om vi nu löser ut σ_3 ur (3.44) och sätter in detta i de två ekvationerna i (3.45) och sedan eliminerar σ_1 kommer vi att få

$$R = \frac{\sigma_c}{k+1} - \frac{k-1}{k+1} P \quad (3.46)$$

Denna ekvation visar att radien R varierar linjärt med cirkelns centrums position P . Som Figur 3.9 visar har alla Mohrs spänningscirklar som uppfyller Coulombs flytkriterium två symmetriska raka linjer som sina enveloper. Dessa linjer kan skivas som

$$|\tau| = c - \mu\sigma \quad (3.47)$$

vilket är en alternativ formulering av Coulombs kriterium. I ekvation (3.47) c och μ är positiva materialparametrar. Detta alternativa sätt att framställa Coulombs kriterium är det som vanligen används och en figur över kriteriet visas i Figur 3.9 där det ses att $\tau = c$ är skjuvhållfastheten då normalspänningen σ är noll, c kallas materialets kohesion. Om normalspänningen är negativ (tryckspänning) kommer skjuvhållfastheten att öka med $\mu\sigma$, där μ kallas materialets friktionskoefficient.

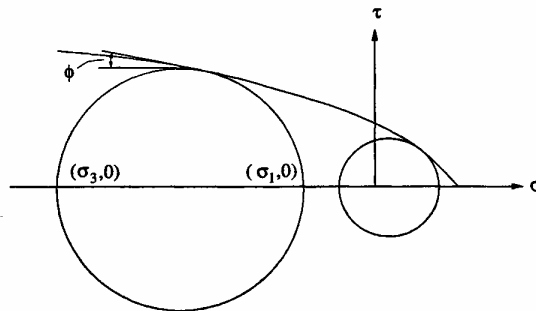


Figur 3.9. Figuren visar Coulombs flytkriterium i ett Mohrdiagram (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

Istället för en linjär relation av (3.44) föreslog Mohr en generaliserad form enligt

$$|\tau| = h(\sigma) \quad (3.48)$$

där $h(\sigma)$ är en godtycklig funktion av σ istället för den bestämda ekvationen av σ i (3.47) som Coulomb föreslog som flytkriterium 1773. Precis som för Coulombs flytkriterium kommer Mohrs flytkriterium att vara enveloper av Mohrs cirklar för spänning när ett material lastas till flytning. I Mohrs flytkriterium kommer friktionsvinkeln att skifta med spänningen hos materialet, se Figur 3.10.



Figur 3.10. Figuren visar den skiftande friktionsvinkeln för Mohrs flytkriterium (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

Eftersom vi nu har två olika sätt att uttrycka Coulombs flytkriterium på som innehåller olika två olika materialparametrar var kan det vara av intresse att hitta samband mellan dem. För att göra detta börjar vi med att ur Figur 3.9 plocka fram uttrycket

$$\tan \varphi = \mu \quad (3.49)$$

där φ är materialets friktionsvinkel, se även Figur 3.9. Om vi nu förutsätter ett hydrostatiskt spänningsförhållande, alltså att $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$, har vi ur Figur 3.8 att ekvation (3.51) gäller samt ur ekvation (3.44) får vi

$$\sigma = \frac{\sigma_c}{k-1} \quad (3.50)$$

$$\sigma = \frac{c}{\mu} \quad (3.51)$$

När normalspänningen σ sedan elimineras får vi

$$\frac{c}{\mu} = \frac{\sigma_c}{k-1} \quad (3.52)$$

I Figur 3.9 är P negativ, med detta i tanken går det att ställa upp första delen i uttrycket i (3.53) ur Figur 3.9, där sedan ekvationerna i (3.45) används för att uppnå den andra delen.

$$\sin \varphi = \frac{R}{\frac{c}{\mu} - P} = \frac{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)}{\frac{\sigma_c}{k-1} - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)} \quad (3.53)$$

Detta kan sedan skrivas som

$$\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_1 - \sigma_3 - \frac{2\sigma_c}{\frac{\sigma_c}{k-1} - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)} = 0 \quad (3.54)$$

Vid en jämförelse med (3.44) kan det ses att

$$k = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (3.55)$$

vilket innebär att k alltid är större än 1 och (3.55) kan därmed skrivas om som

$$\sin \varphi = \frac{k-1}{k+1} \quad (3.56)$$

Med definitionen av tangens och trigonometriska ettan går det att skriva

$$\tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} \quad (3.57)$$

De två sista ekvationerna ger sedan

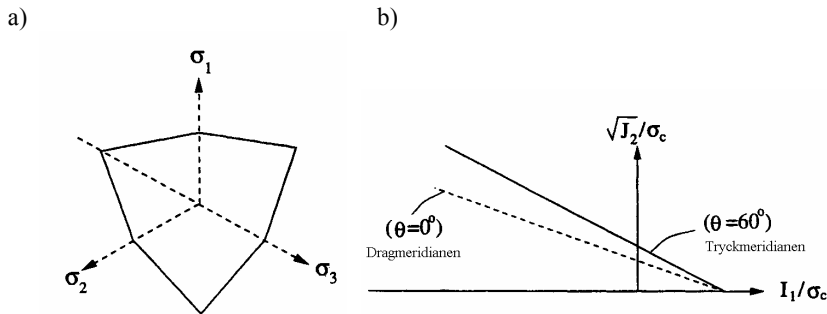
$$\tan \varphi = \frac{k-1}{2\sqrt{k}} \quad (3.58)$$

Om ekvationerna (3.52) och (3.58) används i denna erhålls

$$c = \frac{\sigma_c}{2\sqrt{k}} \quad (3.59)$$

Vi har nu erhållit två samband mellan materialkonstanterna k och σ_c ur ekvation (3.44) och materialkonstanterna μ och c i ekvation (3.47).

Flytkriteriet i (3.44) innebär att meridianerna kommer att bestå av räta linjer och att flytytan i det deviatoriska planet består av räta linjer mellan $\theta = 0^\circ$ och $\theta = 60^\circ$. Eftersom vi har symmetri i deviatorplanet kring $\theta = 60^\circ$ kommer Coulombs kriterium att få ett utseende enligt Figur 3.11. En undersökning av dragmeridianen för $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ och tryckmeridianen för $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ görs med hjälp av ekvationerna (3.27), (3.29) samt flytkriteriet i (3.44), kommer det att visa sig att de inte har samma lutning meridianplanet, enligt Figur 3.11

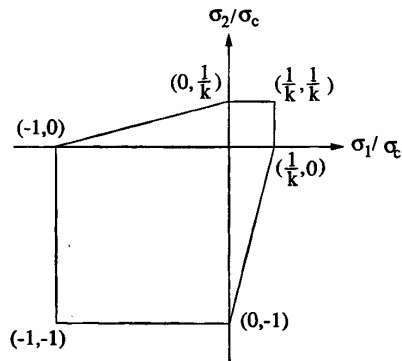


Figur 3.11. Figuren visar Coulombs flytkriterium i a) deviatorplanet och b) meridianplanet (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

Om vi har plan spänning, $\sigma_3 = 0$, kan uttrycket

$$\sigma_t = \frac{\sigma_c}{k} \quad (3.60)$$

erhålls ur (3.44). Det går även att rita upp spänningsdiagrammet i Figur 3.12 med hjälp av ekvation (3.44).

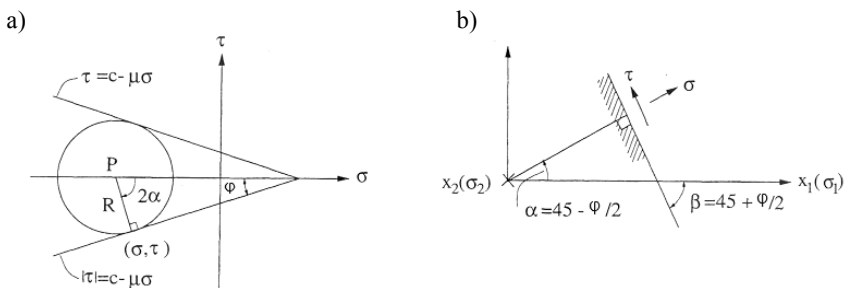


Figur 3.12. Figuren visar Coulombs flytkriterium för plan spänning (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

Coulombs flytkriterium används på grund av sin enkelhet ofta i analytiska beräkningar men i numeriska applikationer passar inte detta kriterium eftersom det har spetsiga hörn i det deviatoriska planet. Genom att kalibrera fram materialparametern k kan Coulombs flytkriterium användas för många material men på grund av antagandet om att σ_2 har liten påverkan och därför inte tas med i beräkningarna kommer brottslasten att underskattas. (Ottosen och Ristinmaa, 1996)

3.3.3 Mohrs antagande om flytytans läge

I avsnitt 3.3.2 visade vi Coulombs flytkriterium, detta gav oss en storlek på flytspänningen. Med ytterligare ett antagande kan vi även bestämma utseendet på flytningen. Det extra antagande vi ska göra gjordes av Mohr (1900) och är baserat på Mohrs spänningscirkel som tidigare visades i Figur 3.8. Om denna figur slås ihop med Figur 3.9 kommer vi att erhålla Figur 3.13a där punkten (σ, τ) uppfyller Coulombs flytkriterium enligt (3.47).



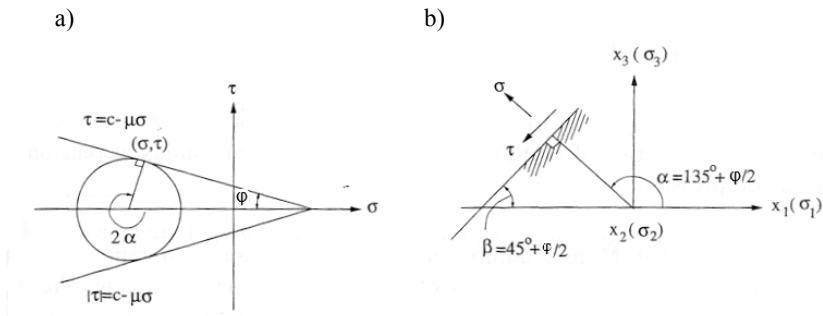
Figur 3.13. Figuren visar i a) Coulombs flytkriterium och Mohrs spänningscirkel samt i b) tolkningen av σ och τ i rummet som spänns upp av huvudspänningarnas riktning (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

Punkten (σ, τ) kommer enligt tolkningen av Mohrs spänningscirklar att ligga enligt Figur 3.13b i ett rum uppspant av huvudspänningarna. I Figur 3.13 kan det ses att

$$2\alpha + 90 + \phi = 180 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = 45 - \frac{\phi}{2} \quad (3.61)$$

Antagandet som Mohr gjorde var att på det plan som flytspänningarna σ och τ verkar kommer även flytningen att uppstå, vilket innebär att flytningen blir en glidning längs flytplanet. Vinkeln β som flytplanet bildar med den största huvudspänningen blir

$$\beta = 45 + \frac{\phi}{2} \quad (3.62)$$



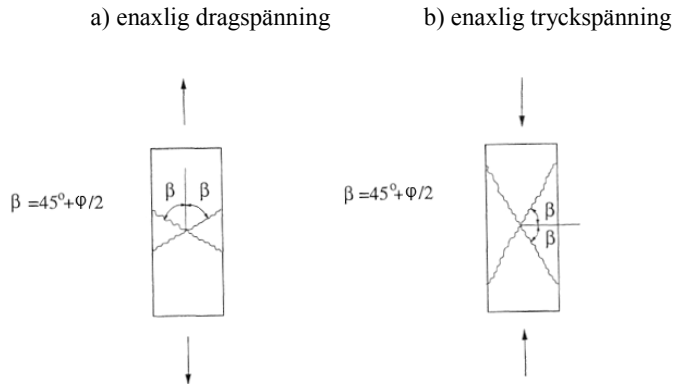
Figur 3.14. Figuren visar i a) Coulombs flytkriterium och Mohrs spänningscirklar samt i b) tolkningen av σ och τ i rummet som spänns upp av huvudspänningarnas riktning (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

Nu övergår vi till den andra envelopen där punkten (σ, τ) fortfarande uppfyller Coulombs flytkriterium enligt (3.47) och ligger som visas i Figur 3.14a. Då hamnar punkten som Figur 3.14b visar i rummet som spänns upp av huvudspänningarnas riktningar. Precis som tidigare kan vi i ur figuren plocka fram α , men denna gång enligt

$$360 - 2\alpha + 90 + \phi = 180 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = 135 + \frac{\phi}{2} \quad (3.63)$$

Antagandet att flytningen uppkommer i samma plan som flytspänningarna σ och τ verkar görs igen. Även denna gång kommer vinkel β i (3.62) att kunna bestämmas ur figuren. Det kan nämnas att ur Figur 3.13b och Figur 3.14b kan det ses att flytplanet innehåller den huvudspänning σ_2 som är näst störst.

Av detta följer att genom Mohrs antagande om flytytans läge kommer det att finnas två flytytor. Dessa båda flytytor kommer båda att innehålla riktningen för den huvudspänning som är näst störst och ha vinkeln β , enligt (3.62), med den största huvudspänningens riktning, där dragspänningar definieras som positiva. Dessa båda flytytor visas i Figur 3.15.



Figur 3.15. Figuren visar de båda flytytorna som kan uppkomma om Mohrs antagande om flytytans läge görs (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

Det visar sig att Mohrs antaganden om flytytans läge stämmer bra överens med experimentella resultat för många material och det visar sig att antagandet stämmer om vi har associerad plasticitet. Dock kan det uppkomma andra flytytor om vi har icke associerad plasticitet (Ottosen och Ristinmaa, 1996). Skillnaden mellan associerad och icke associerad plasticitet förklaras i avsnitt 3.5.1.

Om vi nu kommer ihåg att $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ kan det visas att detta sätt att bestämma glidyten även håller för Mohrs flytkriterium i (2.75a) (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

3.3.4 Rankines flytkriterium

När Coulombs flytkriterium används för betong har det visat sig att $k \approx 4$ då betongen utsätts för tryckspänningar (Ottosen och Ristinmaa, 1996). Om vi då går tillbaka till Figur 3.12 kan vi se att den enaxliga dragspänningen beror på den enaxliga tryckspänningen enligt

$$\sigma_t = \frac{\sigma_c}{k} \quad (3.64)$$

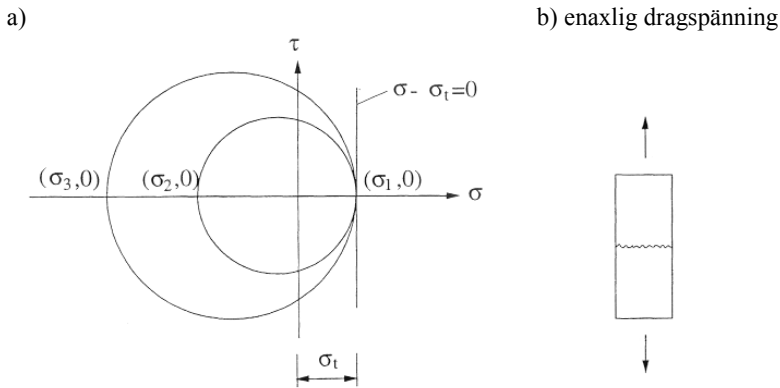
Detta skulle innebära att den enaxliga dragspänningen är en fjärdedel av den enaxliga tryckspänningen, alltså $\sigma_t = 0,25 \sigma_c$. I verkligheten är draghållfastheten ungefär 10 % av tryckhållfastheten, alltså $\sigma_t = 0,1 \sigma_c$ (Mårtensson, 2000).

Om vi övergår till jord ger Coulombs flytkriterium att det uppkommer dragspänningar i jorden då skjuvspänningarna är små, detta ses lätt i Mohr-diagrammet i Figur 3.9 då radien av Mohr-cirkeln är liten. Men jordytan nära en utgrävning visar ofta på dragsprickor om ytan består av lera. Detta visar att brott jord även kan uppkomma på grund av drag och inte bara på grund av skjuvning. (Brinkgreve, 2002)

För att komma närmare verkligheten föreslog Rankine (1876) ett flytkriterium (3.65) som ibland kallas för maximala huvudspänningskriteriet,

$$\sigma_1 - \sigma_t = 0; \quad (3.65)$$

Även i detta kriterium gäller att $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ och dragspänning defineras som positiv. Om Rankines kriterium ritas in i ett Mohrdiagram kommer det att se ut som i Figur 3.16 där det kan ses att (3.65) är uppfyller Coulombs flytkriterium där friktionsvinkeln φ är 90° .



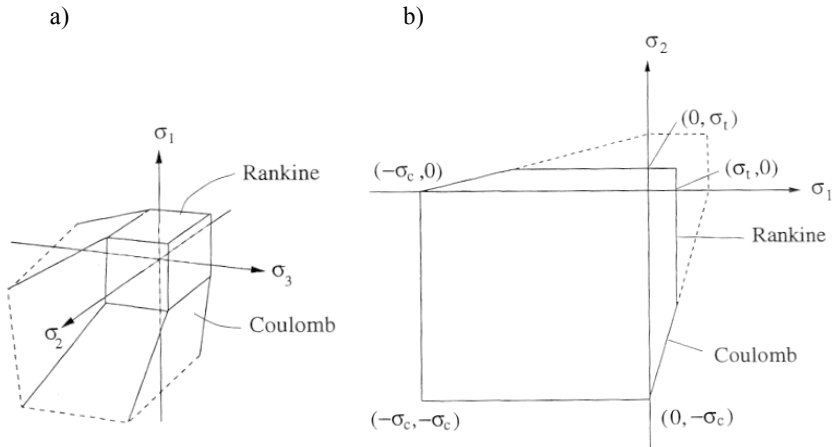
Figur 3.16. I a) visar figuren Rankines flytspänningskriterium i ett Mohrdiagram och i b) visar figuren den enda flytyta som uppkommer vid Rankines flytkriterium (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

Om vi tillämpar Mohrs antagande om flytytans läge enligt kapitel 2.5.3 kommer vi att få en flytyta enligt Figur 3.16b. Det kommer bara att finnas en flytyta och den är vinkelrät mot den största huvudspänningen (drag positivt). Om vi jämför detta med de brott som uppkommer i verkligheten stämmer dessa bra överens för jord och betong.

Rankines flytkriterium kan användas tillsammans med Coulombs flytkriterium och kallas då ofta för modifierat Coulomb kriterium och ser ut enligt

$$k\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_c = 0 \quad \text{eller} \quad \sigma_1 - \sigma_t = 0 \quad (3.66)$$

I Figur 3.17a kan Coulombs modifierade flytkriterium ses i rummet som spänns upp av huvudspänningarnas riktning och i figur Figur 3.17b kan skillnaden mellan modifierat Coulomb kriterium och vanligt Coulomb kriterium vid plan spänning ses.



Figur 3.17. Figuren visar i a) det modifierade Coulomb kriteriet i huvudspänningsrummet och i b) vid plan spänning (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

3.4 Ändringar av flytkriteriet

Vi har tidigare nämnt att flytspänningen kommer att ändras med ökande plastiska töjningar vid enaxlig belastning, se Figur 3.1. Med detta i tanken är det inte så svårt att anta att även flytytan kommer att ändra sig vid fleraxliga plastiska deformationer. Denna ändring av flytytan kallas för hårdnanderegeln och talar om hur flytytan ändras med den plastiska lasten.

För att kunna formulera hårdnanderegeln introduceras hårdnandeparametrarna K^1 , K^2 , osv. Flytkriterierna som tidigare formulerats kommer då förutom tidigare variabler även att bero på dessa hårdnandeparametrar, vilket kan skrivas som

$$f(\sigma_{ij}, K^\alpha) = 0 \quad (3.67)$$

Hårdnandeparametrarna beror i sin tur på de inre variablerna κ^1 , κ^2 , osv som är de termer som memorerar den plastiska lasthistorien. För att erhålla en unik relation mellan hårdnandeparametrarna och de inre variablerna måste det finnas lika många av varje. Denna relation kan skrivas som

$$K^\alpha = K^\alpha(\kappa^\beta) \quad \text{där } \alpha = 1, 2, \dots \quad (3.68)$$

De inre variablerna är de som memorerar den plastiska lasthistorian och är därmed noll om ingen plasticitet har uppkommit som följd av detta är även hårdnandeparametrarna noll innan plasticitet uppkommit. Detta stämmer överens med att inget hårdnande kan ske innan plasticitet uppkommit. De inre variabler samt sambandet mellan de inre variablerna och hårdnandeparametrarna väljs av oss utifrån vad vi vet om det aktuella resultatet. Från ekvation (3.68) kan det ses att

$$\dot{K}^\alpha = \frac{\partial K^\alpha}{\partial \kappa^\beta} \dot{\kappa}^\beta \quad (3.69)$$

För att det ska bli enklare att skriva denna i formler längre fram i arbetet skriver vi om detta uttryck enligt

$$\dot{K}^\alpha = d_{\alpha\beta} \dot{\kappa}^\beta \quad \text{där: } d_{\alpha\beta} = \frac{\partial K^\alpha}{\partial \kappa^\beta} \quad (3.70)$$

Hårdnanderegeln kan formuleras på tre olika sätt, det första är genom så kallad isotropt hårdnande som är då flytytans position och utseende inte ändras utan det är bara storleken på flytytan som ändras vid ändringar i de plastiska deformationerna, vilket matematiskt kan skrivas som

$$f(\sigma_{ij}, K^\alpha) = F(\sigma_{ij}) - K = 0 \quad (3.71)$$

Kinematiskt hårdnande som är det andra sättet att formulera hårdnanderegeln. Detta är då flytytans storlek och utseende inte ändras utan det är bara positionen för flytytan som ändras vid ändringar i de plastiska deformationerna. Detta formuleras enligt

$$f(\sigma_{ij}, K^\alpha) = F(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) = 0 \quad (3.72)$$

I (3.72) är α_{ij} är en tensor som beskriver positionen för den gällande flytytan. Det tredje sättet att formulera hårdnanderegeln kallas blandat hårdnande och är en blandning mellan de båda andra formuleringarna. Blandat hårdnande ändrar både storleken och positionen för flytytan vid plastiska deformationer, däremot ändras inte utseendet på flytytan. När detta ska formuleras görs detta genom en sammanslagning av ekvationerna (3.71) och (3.72) till

$$f(\sigma_{ij}, K^\alpha) = F(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - K = 0 \quad (3.73)$$

3.5 Plasticitet

När spänningarna i ett material blir så stora att de når flytytan kommer ökade spänningar att bidra till plastiska töjningar ε^p , dessa kommer som tidigare nämnts inte att återgå då spänningarna tas bort. Tidigare i arbetet har bara de elastiska töjningarna behandlats, nu kommer de plastiska töjningarna att läggas till dessa och vi får på tensorform

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \quad (3.74)$$

Med detta i åtanke och att vi nu använder tensorer istället för matriser formar vi om Hookes lag (2.31) till

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p) \quad (3.75)$$

Vi kommer ihåg att \mathbf{D} -matrisen var symmetrisk, positivt definit och icke-singulär. Detta innebär att även tensorn D_{ijkl} är symmetrisk, positivt definit och icke-singulär enligt

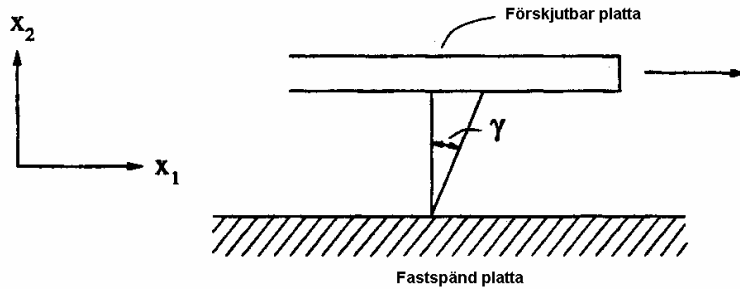
$$D_{ijkl} = D_{jikl}; \quad D_{ijkl} = D_{ijlk}; \quad D_{ijkl} = D_{klij} \quad (3.76)$$

För att kunna beräkna sambanden mellan de plastiska töjningarna och de plastiska spänningarna krävs lite formler till, dessa kommer att behandlas i de följande avsnitten. Kapitlet avslutas med att de framtagna formlerna används för formulera fram sambanden mellan de plastiska töjningarna och de plastiska spänningarna. När detta är gjort har vi sedan tillräckligt med information för att kunna beräkna hur de totala töjningarna beror på de totala spänningarna.

Vi kommer att presentera formlerna för hur de plastiska töjningarna beror på de plastiska spänningarna på enklast möjliga sätt med tolkning av experimentella data och en del rimliga antaganden men det går att ta fram samma formler med hjälp av termodynamik. Att det går att härleda formlerna med termodynamik innebär att plasticitetsteorin som kommer att presenteras bygger på naturlagar och inte bara på våra antaganden och tolkningar av experimentella data.

3.5.1 Flytlagen och dess potentialfunktion

För att erhålla flytlagen som är en del av grunden i plasticitetsteorin kommer vi i detta arbete att utgå från den historiska framtagningen av denna formel. Denna väg att visa att flytlagen gäller kan tyckas vara lite svag för att fungera som bevis, det finns dock andra sätt att visa flytlagen (Ottosen och Ristinmaa, 1996).



Figur 3.18. Figuren visar rörelse av en platta i en Newtonsk vätska (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

På 1800-talet började plasticitetsteori behandlas av forskarvärden, de började med den enklaste plasticitetsteorin idealplasticitet. Om vi tänker oss att materialet fungerar som en platta flytande på trögflytande linjär Newtonsk vätska, se Figur 3.18, med viskositeten μ gäller sambandet

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\mu} \quad (3.77)$$

mellan skjuvspänningen τ och skjuvtöjningen γ . I en dimension gäller $\gamma = 2\epsilon_{12}$ och $\tau = s_{12}$. Om detta generaliseras till att gälla tre dimensioner kan vi skriva om (3.77) till

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{s_{ij}}{2\mu} \quad (3.78)$$

Om detta gäller för en trögflytande vätska är det lätt att anta att den konstitutiva relationen för idealplasticitet ska vara lik ekvation (3.78). Med tanke på att det inte existerar några elastiska spänningar i idealplasticitet antas den konstitutiva ekvationen se ut enligt

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\beta} s_{ij}; \quad \dot{\beta} \geq 0 \quad (3.79)$$

Att vi delar upp β i inkrement beror på att vi är ute efter en konstitutiv ekvation som är oberoende av tiden och ekvation (3.78) är tidsberoende. Eftersom μ i ekvation (3.78) är större än noll kan vi utgå ifrån att även $\dot{\beta}$ är större än noll och om $\dot{\beta}$ skulle vara noll innebär det att inga töjningar existerar, utöver detta vet vi ingenting om $\dot{\beta}$. Denna ekvation föreslog Saint-Venant för plan spänning 1870, Lévy visade den för tredimensionell spänning 1871 och von Mises 1913. (Ottosen och Ristinmaa, 1996)

När det gäller elastisk-idealplastiska material som även har en elastisk töjning är det lätt att anta att den konstitutiva ekvationen ska ha stora likheter med den konstitutiva ekvationen för idealplastiska material (3.79). 1924 föreslogs

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\beta} s_{ij}; \quad \dot{\beta} \geq 0 \quad (3.80)$$

av Prandtl för två dimensioner, denna visades av Reuss 1930 även gälla för tre dimensioner (Ottosen och Ristinmaa, 1996). Denna konstitutiva ekvation för de plastiska töjningarna kallas generellt för flyttag. Det kan vara viktigt att nämna att ekvation (3.80) innebär plastisk inkompressibilitet.

$$\dot{\epsilon}_{ii}^p = 0 \quad (3.81)$$

Plastisk inkompressibilitet är nära överensstämmande med verkligheten för metaller. I mekaniken finns det flera exempel på problem som kan formuleras som en potentialfunktion, några av dessa är Prandtls spänningsfunktion för vridning av icke-cirkulära elastiska axlar och Airys spänningsfunktion för tvådimensionella elastiska problem. Även i vårt fall vill vi formulera en potentialfunktion för de elastiska spänningarna. Detta gjordes runt 1930 då von Mises flytkriterium var välkänt, von Mises flytkriterium har inte gått igenom i detta arbete då det inte är applicerbart på jord eller betong (Ottosen och Ristinmaa, 1996). Därför visas blandat hårdnande på Drucker-Pragers flytkriterium istället. Blandat hårdnande applicerat på Drucker-Pragers flytkriterium ser ut enligt

$$f(\sigma_{ij}, K) = \sqrt{J_2} + \alpha I_1 - \sigma_y(\kappa) = 0 \quad (3.82)$$

där

$$\sigma_y(\kappa) = \beta + K(\kappa) \quad (3.83)$$

Om ekvation (3.82) differentieras erhålls

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \alpha \delta_{ij} + \frac{1}{2\sqrt{J_2}} s_{ij} \quad (3.84)$$

Går vi nu tillbaka till ekvation (3.80) kan vi kombinera den med (3.84) och får en flyttag enligt

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}; \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad (3.85)$$

där den plastiska multiplikatorn för detta fall beräknas enligt

$$\dot{\lambda} = \left(\frac{\alpha \delta_{ij}}{s_{ij}} + \frac{1}{2\sqrt{J_2}} \right) \dot{\beta} \quad (3.86)$$

Detta innebär att de plastiska töjningarna kan beräknas med hjälp av Drucker-Pragers funktion som potentialfunktion. På samma sätt kan vilket flytkriterium som helst användas som potentialfunktion men då kommer den plastiska multiplikatorn att beräknas på något annat sätt. Dessa potentialfunktioner är konvexa vilket stämmer bra överens med verkligheten. Vi kan även säga att om f är mindre än noll befinner sig spänningen innanför flytytan och att $\partial f / \partial \sigma_{ij}$ är normalen till flytytan.

Potentialfunktionen används för att bestämma de inkrementella plastiska töjningarna. Om flytkriteriet används som potentialfunktion enligt ovan kallas flytlagen för associerad flyttag. Det är dock inte nödvändigt att använda flytytan som potentialfunktion utan det går att använda andra potentialfunktioner, dessa beror dock oftast på samma kvantiteter som flytytan. Då potentialfunktionen inte beror på flytytan men på samma kvantiteter kan den skrivas som

$$g = g(\sigma_{ij}, K^a) \quad (3.87)$$

Då en potentialfunktion enligt ekvation (3.87) används i flytlagen kallas det icke associerad flyttag, denna skrivs som

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}; \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad (3.88)$$

Den icke associerade flytlagen föreslogs 1938 av Melan och 1949 av Prager (Ottosen och Ristinmaa, 1996). Det är givetvis enklare att använda associerad flyttag men detta ska bara göras då det stämmer överens med vad experimentella resultat visar. För metaller och stål stämmer den associerade flytlagen väl med experimentella resultat men för friktionsmaterial så som betong, jord och stenar måste oftast den icke associerade flytlagen användas.

3.5.2 Konsistensvillkoret och tillväxtkriteriet

Vi kan även lägga märke till att flytlagen i ekvation (3.85) bara kan användas till att bestämma riktningen på de inkrementella plastiska töjningarna innan vi bestämt storleken på den plastiska multiplikatorn. För att bestämma storleken på de plastiska töjningarna går vi tillbaka till flytfunktionen, ekvation (3.73) från föregående avsnitt. För att erhålla denna har vi bestämt oss för vilken förhårdnanderegeln som ska gälla.

Eftersom flytfunktionen är noll gäller att

$$\dot{f} = 0 \quad (3.89)$$

Denna ekvation kallas konsistensvillkoret och introducerades av Prager (Ottosen och Ristinmaa, 1996). Då denna utnyttjas i flytfunktionen i (3.73) tillsammans med kedjeregeln leder det till

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial K^\alpha} \dot{K}^\alpha = 0 \quad (3.90)$$

Detta visar att då spänningen varierar i plastiskt tillstånd kommer hårdnandeparametrarna K^α att variera så att spänningen ligger kvar på flytytan. Vi erinrar oss nu att hårdnandeparametrarna K^α beror på inre variabler κ^α enligt ekvation (3.68). Om vi då använder det tillsammans med det förenklade skrivsättet i ekvation (3.69) i (3.90) erhåller vi

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial K^\alpha} d_{\alpha\beta} \dot{\kappa}^\beta = 0 \quad (3.91)$$

När nu inkrementen för de inre variablerna är insatta i konsistensvillkoret är nästa steg för att kunna bestämma storleken på de plastiska deformationerna att ta reda på hur de inre variablerna varierar med den plastiska deformationen. Dessa samband kallas utvecklingslagarna och bestäms beroende på vår kunskap om materialet i fråga. Det går att bestämma dessa samband i generell form, vilket kommer att göras.

Om vi går tillbaka till ekvation (3.68) igen är det lätt att se att inkrementen för de inre variablerna kommer att bero på hårdnandeparametrarna K^α . Det går även att inse att inkrementen för de inre variablerna även kommer att bero på de inkrementala plastiska töjningarna eftersom de är anledningen till att materialet i fråga förändras. Detta kan skrivas som

$$\dot{\kappa}^\alpha = a^\alpha(\dot{\epsilon}_{ij}^p, K^\beta) \quad (3.92)$$

där a^α är en funktion. Om nu vi även använder flytlagen i ekvation (3.88) och kommer ihåg att potentialfunktionen g beror på σ_{ij} och K^α får vi

$$\dot{\kappa}^\alpha = a^\alpha(\dot{\lambda}, \dot{\sigma}_{ij}^p, K^\beta) \quad (3.93)$$

Som vi sagt tidigare måste plasticitetsteorin vara oberoende av tiden, detta kan vi åstadkomma genom att uttrycka de inre variablerna som med en ekvation som är homogen i tiden. Detta görs genom att skriva om ekvation (3.93) som

$$\dot{\kappa}^\alpha = \dot{\lambda} \cdot k^\alpha(\dot{\sigma}_{ij}^p, K^\beta) \quad (3.94)$$

Denna ekvation kallas tillväxtkriteriet och k^α är den funktion som kallas utvecklingsfunktionen. Denna måste väljas av oss beroende på våra kunskaper om materialet i fråga vi har tidigare sagt att inga plastiska töjningar ska uppkomma om inkrementen av λ är noll och om inga plastiska töjningar sker ska inga ändringar av de inre variabelernas inkrement ske. Detta stämmer bra överens med ekvation (3.94).

3.5.3 Konstitutivt samband mellan spänningar och töjningar

För att få ett samband mellan spänningar och töjningar måste en modul som gäller gällert för både hårdnande och mjuknande plasticitet samt idealplasticitet tas fram. Detta görs genom att använda utvecklingslagen i ekvationen (3.94). Denna sätts in i ekvation (3.69) och då erhålls

$$\dot{K}^\alpha = \dot{\lambda} \tilde{k}^\alpha \quad \text{där} \quad \tilde{k}^\alpha = \frac{\partial K^\alpha}{\partial \kappa^\beta} k^\beta \quad (3.95)$$

Även \tilde{k}^α är en utvecklingsfunktion, då den används i konsistensekvationen (3.90) erhålls

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} - H \dot{\lambda} = 0 \quad (3.96)$$

där H kallas den generaliserade plasticitetsmodulen och beräknas enligt

$$H = -\frac{\partial f}{\partial K^\alpha} \tilde{k}^\alpha = -\frac{\partial f}{\partial K^\alpha} \frac{\partial K^\alpha}{\partial \kappa^\beta} k^\beta \quad (3.97)$$

Det går att visa att om hårdnande plasticitet gäller är den generaliserade plasticitetsmodulen H större än noll och om den är mindre än noll är materialet utsatt för mjuknande plasticitet. Mellanläget då den generaliserade plasticitetsmodulen är noll innebär att materialet är idealplastiskt. (Ottosen och Ristinmaa, 1996)

Tidigare visades att styvhetsmatrisen \mathbf{D} i Hookes lag i ekvation (3.2) är konstant, vilket innebär att även styvhetsensorn D_{ijkl} i ekvation (3.75), som är Hookes lag omskriven på tensorform, är konstant. Detta tillsammans med att ekvation (3.74) kan skrivas på inkrementell form enligt

$$\dot{\epsilon} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p \quad (3.98)$$

Vilket leder till att Hookes lag, på inkrementell form, kan skrivas som

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} (\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}_{kl}^p) \quad (3.99)$$

Används flytlagen i ekvation (3.88) tillsammans med denna erhålls

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\lambda} D_{ijst} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{st}} \quad (3.100)$$

Om detta uttryck multipliceras med $\partial f / \partial \sigma_{ij}$ och ekvation (3.96) utnyttjas erhålls

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{A} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}; \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad (3.101)$$

där

$$A = H + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}}; \quad A > 0 \quad (3.102)$$

Att A alltid är större än noll kan visas med utgångspunkt från att D_{ijkl} är positivt definit (Ottosen och Ristinmaa, 1996). Genom att sätta in ekvation (3.101) i flytlagen (3.88) uppnås ett sätt att beräkna de plastiska töjningarna om de totala töjningarna är kända.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{1}{A} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} D_{klmn} \dot{\epsilon}_{mn} \right) \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.103)$$

En sak som är ännu viktigare är att genom att sätta in ekvation (3.101) i ekvation (3.100) erhålls

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}^{ep} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (3.104)$$

där

$$D_{ijkl}^{ep} = D_{ijkl} - \frac{1}{A} D_{ijst} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{st}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnkl} \quad (3.105)$$

Detta är det eftersökta generella konstitutiva sambandet mellan de totala töjningsinkrementen och de totala spänningsinkrementen. På matrisform blir detta

$$\dot{\sigma} = \mathbf{D}^{ep} \dot{\epsilon} \quad (3.106)$$

Den generella konstitutiva ekvationen är väldigt lik den Hookes lag vilket gör att det inte är förvånande att denna generella konstitutiva ekvation är grundläggande vid ickelinjära finita elementberäkningar.

Det kan vara viktigt att nämna några saker om den elasto-plastiska styvhetsmatrisen D^{ep} . Vi börjar med att gå tillbaka till de två första ekvationerna i (3.76) och kan då se att

$$D_{ijkl}^{ep} = D_{jikl}^{ep} ; \quad D_{ijkl}^{ep} = D_{ijlk}^{ep} \quad (3.107)$$

medan den sista ekvationen i (3.78) tillsammans med ekvation (3.107) ger att

$$D_{ijkl}^{ep} = D_{klij}^{ep} \quad \text{för associerad plasticitet} \quad (3.108)$$

$$D_{ijkl}^{ep} \neq D_{klij}^{ep} \quad \text{för icke-associerad plasticitet} \quad (3.109)$$

Detta innebär att för associerad plasticitet är den elasto-plastiska styvhetsmatrisen symmetrisk medan den inte är symmetrisk för icke-associerad plasticitet. Detta gör att beräkningar för icke-associerad plasticitet kommer att bli mycket mer komplicerade och kräva större datorkapacitet än för associerad plasticitet, vilket innebär att om det går ska associerad plasticitet väljas vid beräkningarna. Fördelen med icke-associerad plasticitet är att den ger större möjligheter att passa in specifik plasticitetsmodell till de experimentella resultat som finns för materialet. Det räcker oftast med associerad plasticitet för stål och metaller men icke-associerad plasticitet måste användas för friktionsmaterial som betong, jord och sten.

Det ska även nämnas att elasto-plastiska styvhetsmatrisen i ekvation (3.105) är den rådande tangentiella styvheten för materialet, på samma sätt som styvhetsmatrisen i Hookes lag är styvheten för materialet i dess elastiska fas. I ekvation (3.105) kan vi även se att den elasto-plastiska styvhetstensorn varken beror på spännings- eller tøjningsinkrement vilket innebär att den konstitutiva ekvationen i (3.104) och (3.106) är inkrementärt linjär.

3.5.4 På- och avlastningskriterium

Vi har nu ett generellt samband mellan våra olinjära spänningar och tøjningar. Vi vet att om flytfunktionen f är mindre än noll har vi elastiskt tillstånd men om flytfunktionen f är noll vet vi fortfarande inte om vi har plastisk pålastning, neutralt plastiskt läge (ingen ökning av lasten) eller om vi har elastisk avlastning. I detta avsnitt ska vi ta fram ett sätt att skilja på dessa tre olika lägen.

För att göra detta går vi tillbaka till ekvation (3.104) och (3.105), dessa kan vi skriva om så vi får ett uttryck för de elastiska spänningarna beroende på de totala töjningarna enligt

$$\dot{\sigma}_{ij}^e = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (3.110)$$

Då detta sedan används i ekvation (3.101) kommer vi att få

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{A} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij}^e \quad (3.111)$$

Då vi tidigare vet att den plastiska faktorn måste vara större än noll om det ska utvecklas plastiska töjningar och att A är större än noll kan vi säga att

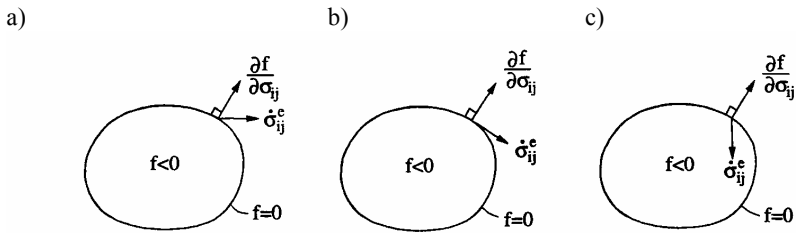
$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij}^e \quad (3.112)$$

ska vara större än noll om vi har plastisk pålastning.

Om den plastiska faktorn är mindre än noll kommer inga plastiska töjningar att uppkomma och eftersom A fortfarande är större än noll kan vi även säga att om (3.112) är mindre än noll kommer vi att ha elastisk avlastning. Avslutningsvis kan vi säga att då ekvation (3.112) är lika med noll har vi neutralt plastiskt läge som i beräkningarna behandlas som plastiska töjningar uppkommer även om det inkrementellt bara är elastiska töjningar som uppkommer. Detta resonemang sammanfattas i

$$\begin{aligned} f = 0 \text{ och } \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij}^e > 0 &\Rightarrow \text{plastisk pålastning} \\ f = 0 \text{ och } \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij}^e = 0 &\Rightarrow \text{neutralt plastiskt läge} \quad (3.113) \\ f = 0 \text{ och } \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij}^e < 0 &\Rightarrow \text{elastisk avlastning} \end{aligned}$$

och Figur 3.19.



Figur 3.19. Figuren visar på- och avlastningskriteriet i ekvation (3.111). Figur a) visar plastisk pålastning, b) neutralt plastiskt läge och c) elastisk avlastning (Ottosen och Ristinmaa, 1996).

3.5.5 Plan plastisk töjning

Som vi tidigare nämnt är tvådimensionella beräkningar ofta att föredra om verkligheten kan representeras med ett tvådimensionellt fall. Därför kommer vi att ta fram de två olika sätten att hantera tvådimensionella fall även för plasticitet. De olika fallen är även vid plasticitet plan töjning och plan spänning.

Vid plan töjning är deformationerna in och ur planet noll enligt ekvation (3.10), vilket även innebär att töjningarna in och ut ur planet ska vara noll och då måste de inkrementella töjningarna vara noll.

$$\dot{\epsilon}_{13} = \dot{\epsilon}_{23} = \dot{\epsilon}_{33} = 0 \quad (3.114)$$

För att kunna räkna med tensorer används de grekiska bokstäverna som index med värdena 1 och 2 medan de latinska bokstäverna behåller värdena 1, 2 och 3. Då detta används tillsammans med ekvation (3.114) i ekvationerna (3.104) och (3.105) kommer vi att få följande samband mellan de inkrementella spänningarna och de inkrementella töjningarna.

$$\dot{\sigma}_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta\gamma\delta}^{ep} \dot{\epsilon}_{\gamma\delta} \quad (3.115)$$

där

$$D_{\alpha\beta\gamma\delta}^{ep} = D_{\alpha\beta\gamma\delta} - \frac{1}{A} D_{\alpha\beta st} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{st}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mn\gamma\delta} \quad (3.116)$$

Värt att poängtera är att både grekiska och latinska bokstäver används i samma uttryck och att A beräknas på samma sätt som i det tredimensionella fallet i ekvation (3.102). Att det blir så beror på att bara för att töjningarna in och ut ur planet är noll är inte spänningarna in och ut ur planet noll utan måste bestämmas med hjälp av ekvation (3.104) som då leder till

$$\dot{\sigma}_{i3} = D_{i3\gamma\delta}^{ep} \dot{\epsilon}_{\gamma\delta} \quad (3.117)$$

Dessa är oftast viktiga att beräkna då de ingår i beräkningen av flytfunktionen. Det är även viktigt att beräkna de plastiska töjningarna in och ut ur planet då de oftast ingår i de inre variablerna κ^u . Som behövs för att beräkna hårdnandeparametrarna som även de ingår i beräkningen av flytytan. För att beräkna de plastiska töjningarna in och ut ur planet används ekvation (3.103) och flytlagen i (3.85) och vi får då

$$\dot{\epsilon}_{i3}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{i3}} \quad (3.118)$$

med

$$\lambda = \frac{1}{A} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} D_{kl\gamma\delta} \dot{\epsilon}_{\gamma\delta} \quad (3.119)$$

Som avslutning på plan plastisk töjning kan nämnas att för isotropisk elasticitet kommer vi att få en styvhetstensor enligt

$$D_{\alpha\beta\gamma\delta} = 2G \left[\frac{1}{2} (u_{\alpha\gamma} u_{\beta\delta} + u_{\alpha\delta} u_{\beta\gamma}) + \frac{1}{1-2\nu} u_{\alpha\beta} u_{\gamma\delta} \right] \quad (3.120)$$

3.5.6 Plan plastisk spänning

För plan spänning har vi sedan tidigare att alla spänningar in och ut ur planet är noll. Det kommer då inte att bli lika lätt att hitta ett passande samband mellan spänningar och töjningar som vid plan töjning eftersom vi söker ett töjningsdrivet samband. Detta beror på att nu vet vi inte de töjningar som existerar in och ut ur planet innan beräkningen börjar som vi gjorde då vi hade plan töjning. Nu får vi i stället gå tillbaka till Hookes lag i ekvation (3.99) och skriva om denna med plan spänningsförhållande enligt

$$\dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}_{ij}^p = C_{ij\gamma\delta} \dot{\sigma}_{\gamma\delta} \quad (3.121)$$

Om vi nu till att börja med bara bryr oss om de töjningar som sker i planet får vi

$$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta} - \dot{\epsilon}_{\alpha\beta}^p = C_{\alpha\beta\gamma\delta} \dot{\sigma}_{\gamma\delta} \quad (3.122)$$

Det är inte så att de töjningar som är in och ut ur planet inte existerar men vi beräknar dem för sig när vi är klara med sambandet mellan de spänningar och töjningar som finns i planet. Detta görs, som vi kommer att se, för att vi ska få en inverterbar tensor i ekvation (3.122). Som kan skrivas om som

$$\dot{\sigma}_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta\gamma\delta}^* (\dot{\epsilon}_{\gamma\delta} - \dot{\epsilon}_{\gamma\delta}^p) \quad (3.123)$$

eftersom $C_{\alpha\beta\gamma\delta}$ är inverterbar. Här ska påpekas att det är skillnad mellan $D_{\alpha\beta\gamma\delta}^*$ och $D_{\alpha\beta\gamma\delta}$ i ekvation (3.116).

När den generella flytlagen i ekvation (3.85) skrivs om till två dimensioner får vi

$$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} \quad (3.124)$$

Och då vi skriver om den generella konsistensekvationen som den ges i ekvation (3.96) kommer vi att få

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} \dot{\sigma}_{\alpha\beta} - \dot{\lambda} H = 0 \quad (3.125)$$

Den plastiska modulen H är given på samma sätt som i det tredimensionella fallet i ekvation (3.97). Om vi nu sätter in flytlagen i ekvation (3.124) i Hookes lag i ekvation (3.123) kommer vi att få

$$\dot{\sigma}_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta\gamma\delta}^* \dot{\epsilon}_{\gamma\delta} - \dot{\lambda} D_{\alpha\beta\pi\theta}^* \frac{\partial g}{\partial \sigma_{\pi\theta}} \quad (3.126)$$

Då vi multiplicerar med $\partial f / \partial \sigma_{\alpha\beta}$ och använder oss av konsistensekvationen i (3.125) får vi

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{A^*} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} D_{\alpha\beta\gamma\delta}^* \dot{\epsilon}_{\gamma\delta} \quad (3.127)$$

där

$$A^* = H + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} D_{\alpha\beta\gamma\delta}^* \frac{\partial g}{\partial \sigma_{\gamma\delta}} \quad A^* > 0 \quad (3.128)$$

När vi till sist sätter in ekvation (3.127) i ekvation (3.126) kommer vi att få ett samband mellan spänningar och töjningar i planet enligt

$$\dot{\sigma}_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta\gamma\delta}^{*ep} \dot{\epsilon}_{\gamma\delta} \quad (3.129)$$

där

$$D_{\alpha\beta\gamma\delta}^{*ep} = D_{\alpha\beta\gamma\delta}^* - \frac{1}{A} D_{\alpha\beta\pi\theta}^* \frac{\partial g}{\partial \sigma_{\pi\theta}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{\phi\varphi}} D_{\phi\varphi\gamma\delta}^* \quad (3.130)$$

Det kan vara läge att påpeka att till skillnad från vid fallet med plan töjning finns bara de grekiska indexen kvar i ekvationerna (3.128) till (3.130) som är de ekvationer som beskriver sambandet mellan spänningar och töjningar i planet, samt att det är en skillnad mellan A^* och A .

Som tidigare nämnts beror ofta de inre parametrarna κ^a på de plastiska töjningarna, då även de plastiska töjningarna in och ut ur planet. Detta innebär att det är viktigt att även beräkna dessa töjningar, vilket görs med hjälp av flytlagen i ekvation (3.118) precis som i fallet med plan töjning men med den plastiska multipeln som ges i ekvation (3.127). När de plastiska töjningarna är beräknade kan de totala töjningarna beräknas med den version av Hookes lag som ges i ekvation (3.121) genom att göra en liten omskrivning så att ekvation (3.131) erhålls

$$\dot{\epsilon}_{i3} = \dot{\epsilon}_{i3}^p + C_{i3\gamma\delta} \dot{\sigma}_{\gamma\delta} \quad (3.131)$$

Som avslutning kan nämnas att för isotrop elasticitet kommer $D_{\alpha\beta\gamma\delta}^*$ att ges av

$$D_{\alpha\beta\gamma\delta}^* = 2G \left[\frac{1}{2} (u_{\alpha\gamma} u_{\beta\delta} + u_{\alpha\delta} u_{\beta\gamma}) + \frac{\nu}{1-\nu} u_{\alpha\beta} u_{\gamma\delta} \right] \quad (3.132)$$

3.6 Trefasmaterialet jord

När jorden är odränerad är det viktigt att skilja på vilka spänningar som bärs upp av jordens kornskelett och vilka som bärs upp av porvattnet. Portvattensspänningar σ_w är de spänningar som tas upp av vattnet som finns i den odränerade jorden. De spänningar som kornskelettet bär upp kallas effektivspänningar σ' . De totala spänningarna i jorden betecknas med σ och kan då skrivas som

$$\sigma = \sigma' + \sigma_w \quad (3.133)$$

Detta sätt att hantera spänningarna i jord kallas Terzaghis teori (Sällfors, 2001). Vatten kan dock inte ta upp skjuvspänningar, dvs $\sigma_{w,12} = 0$, $\sigma_{w,13} = 0$ och $\sigma_{w,23} = 0$, vilket gör att effektivspänningarna har följande utseende.

$$\sigma' = [\sigma'_{11} \quad \sigma'_{22} \quad \sigma'_{33} \quad \sigma_{12} \quad \sigma_{13} \quad \sigma_{23}]^T \quad (3.134)$$

Portrycket kan desutom delas upp i två delar, portryck genererat av grundvattenytans läge (steady-state), p_{steady} , samt det portryck som genereras av deformationer i jorden (excess portryck), p_{excess} . De sistnämnda beror på att jorden komprimeras och porerna blir mindre då jorden utsätts för last och vattnet som kan antas vara inkompressibelt tar därmed upp större del av lasten ju större kompressionen blir. (Brinkgreve m fl, 2004)

När grundvattenytan i modellen ligger still kommer tidsderivatan för portrycket genererat av grundvattenytans läge att vara noll, vilket leder till att hydrostatiska tryckets variation i tiden är samma som portrycket som genereras av de plastiska beräkningarna, alltså

$$\dot{\sigma}_w = p_{\text{excess}} \quad (3.135)$$

När modellering av jordar med hög permeabilitet eller modellering över långa tider kommer inte portrycket på grund deformationerna, p_{excess} , att påverka. Om konsolideringsfasen i jorden tas med i modelleringen kommer spänningsvektorns inkrement att se ut enligt

$$\dot{\sigma} = \begin{bmatrix} \dot{\sigma}'_{11} - p_{\text{excess}} \\ \dot{\sigma}'_{22} - p_{\text{excess}} \\ \dot{\sigma}'_{33} - p_{\text{excess}} \\ \dot{\sigma}_{12} \\ \dot{\sigma}_{23} \\ \dot{\sigma}_{13} \end{bmatrix} \quad (3.136)$$

Trycket i vattnet på grund av deformationerna kan beräknas med (3.135) eftersom vattnet kan anses inkompressibelt

$$p_{\text{excess}} = \frac{K_w}{n} (\dot{\epsilon}_{11}^e + \dot{\epsilon}_{22}^e + \dot{\epsilon}_{33}^e) \quad (3.135)$$

Där n är jordens porositet och K_w är vattnets kompressionsmodul som brukar sättas så hög som möjligt utan att det uppstår numeriska problem i beräkningen, vilket oftast anges i det använda programmet.

Eftersom porerna i jorden är så små stiger vattnet kapillärt upp över grundvattenytan, ju finare porer ju högre stiger vattnet. När detta händer bildas negativa portryck i vattenfasen (Sällfors, 2001). Dessa negativa jordtryck försummas i de flesta beräkningar som sker i jord men i FEM-beräkningar finns det möjlighet att ta med dem. Att de finns kan visas genom att bygga sandslott i blöt sand och se när sanden torkar ut hur det rasar i kanterna. Detta exempel visar också på de risker som finns med att ta med dessa negativa portryck vid dimensionering av geotekniska konstruktioner.

4 Plaxis

4.1 Allmänt

Plaxis är ett program som använder FEM för att modellera deformationer, spänningar och vattenflöden i jord och geokonstruktioner. Programmet ger en möjlighet att göra modelleringar som beror på tiden. Plaxis är främst ett program som används för tvådimensionella statiska beräkningar men det finns tilläggsversioner av programmet som gör det möjligt att göra dynamiska beräkningar. Det finns även en tredimensionell variant av programmet samt en speciell version för att modellera tunnelkonstruktioner. I detta arbete används endast den tvådimensionella statiska varianten av version V8.2.

I detta kapitel görs en presentation av de funktioner som kommer att användas vid modelleringen i Plaxis. De jordmodeller som finns presenteras och de som kan användas i detta arbete kommer att ges en närmare beskrivning. Elementen som används i modelleringen presenteras också. Vid modellering av geotekniska konstruktioner är det viktigt att kunna modellera den verkliga arbetsordningen, i Plaxis görs detta genom att olika beräkningssteg sätts upp. I dessa beräkningssteg kan sedan modellen ändras och med flera beräkningssteg kan hela arbetsordningen modelleras. Det är dessa tre saker som tas upp i detta kapitel, hur randvillkoren o dyl definieras tas upp då de ska appliceras.

4.2 Jordmodeller

I Plaxis finns sex olika modeller för att hantera olika jordbeteende samt en modell som passar för konstruktionselement. Några av modellerna är noggrannare än andra men kräver i gengäld fler ingångsparametrar, som ibland kan vara svåra/dyra att få fram så exakt att modellen blir noggrannare. En del av modellerna är framtagna för speciella jordar. Det finns även möjlighet att programmera upp egna modeller men detta är till största delen aktuellt för större forskningsprojekt. De modeller som finns i Plaxis från början är:

Isotrop linjär-elastisk modell

Som tidigare redovisats som det enklaste sambandet mellan spänningar och töjningar med bara två ingångsparametrar, elasticitetsmodulen (E) och tvärkontraktionstalet (ν). Med bara dessa två ingångsparametrar är denna modell lite för enkel för att kunna användas till jord, den går däremot bra att använda till konstruktioner och är den enda modell i Plaxis som är avsedd för detta ändamål.

Mohr-Coulombs modell

Är den i jordsammanhang vanligaste elastoplastiska modellen. Den innehåller fem ingångsparametrar, förutom de två som ingår i den linjärelastiska modellen ingår även jordens plasticitetsparametrar friktionsvinkeln (ϕ) och kohesionen (c) samt dilatationsvinkeln (ψ). Modellen kan användas för att i första skedet få en uppfattning om jordens deformationer även om mer avancerade jordmodeller används i ett senare

skede. Detta eftersom beräkningarna blir ganska snabba eftersom bara en elasticitetsmodul används. För att beräkna de horisontella spänningarna i jorden måste även ett lagom K_0 -värde väljas.

Jointed Rock

Denna modell är en anisotrop elastoplastisk modell som är gjord för att modellera blockiga lager med skiktningar och speciella brottriktningar. Plasticitet kan bara ske i tre skjuvplan där varje plan kan ges sina egna värden på friktionsvinkel och kohesion. De intakta blocken har konstant elasticitet medan reducerad elasticitet kan ges i skiktningensriktningarna.

Hardening-Soil modell

Detta är en mer avancerad jordmodell men som fortfarande använder Mohr-Coulomb som brottkriterium, vilket innebär att även friktionsvinkeln, kohesionen och dilatationsvinkeln anges. Däremot är jordens styvhet beskriven på ett mer korrekt sätt i denna modell än i Mohr-Coulombs modell då den ges av tre olika elasticitetsmoduler. Även jordens ursprungliga spänningar kan beskrivas bättre i denna modell än i Mohr-Coulombs modell, detta eftersom denna modell kan ta hänsyn till överkonsolidering. Ytterligare en skillnad är att jordens styvheter ändras med ändrade tryck i jorden, vilket gör att elasticitetsmodulerna är angivna vid ett referenstryck som har defaultvärdet 100 kPa. Denna modell passar på alla jordar men tar inte hänsyn till viskositetseffekter såsom krypning och spänningsavlasningar som sker i mjuka jordar.

Soft-Soil-Creep model

Speciellt i mjuka jordar såsom lera och silt är viskositetseffekterna större än de direkta deformationerna, därför har denna modell utvecklats för att kunna modellera problem med sättningar under fundament, jordvallar o dyl. Denna modell fungerar dock inte bättre än Mohr-Coulombs modell vid avlastningsproblem som schaktning och tunnelbyggande. Dock kan även denna modell ta hänsyn till överkonsolidering vid generering av ursprungligt tillstånd i jorden. När denna jordmodell används kan det vara speciellt bra att först göra en beräkning med Mohr-Coulombs modell för att minska felen i modellen inför den mer tidskrävande Soft-Soil-Creep modellen.

Soft Soil modell

Denna modell är en form av Cam-Clay modell som är gjord för att modellera tryck på normalkonsoliderade leraktiga jordarter. Detta kan även göras med Hardening-Soil modellen och modellen finns kvar i Plaxis för att det kan vara bekvämare för äldre användare att använda en tidigare använd modell.

Denna genomgång av modellerna i Plaxis visar att det är tre modeller som kan komma till användning i detta arbete. Dessa modeller är den linjärelastiska modellen för att modellera konstruktioner, Mohr-Coulombs modell är den modell som finns i alla de tre programmen som ska användas i arbetet samt Hardening-Soil modellen som är den jordmodell som rekommenderas av Plaxis. Dock finns inte alla ingångsparametrarna till Hardening-Soil modellen, utan här får värden rekommenderade av Plaxis tillsammans med erfarenhetsbaserade värden användas. De tre modeller som kan användas i arbetet kommer att beskrivas närmare nedan.

4.2.1 Linjär-elastisk modell

I Plaxis används Hookes lag i från ekvation (3.2) för linjärelastiska beräkningar. Som ingångsparametrar anges den elasticitetsmodulen och tvärkontraktionstalet, alternativt skjuvmodulen (G) och ödometermodulen (E_{oed}). Sambanden mellan dessa olika ingångsparametrar är:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (4.1)$$

$$E_{oed} = \frac{(1 - \nu)E}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} \quad (4.2)$$

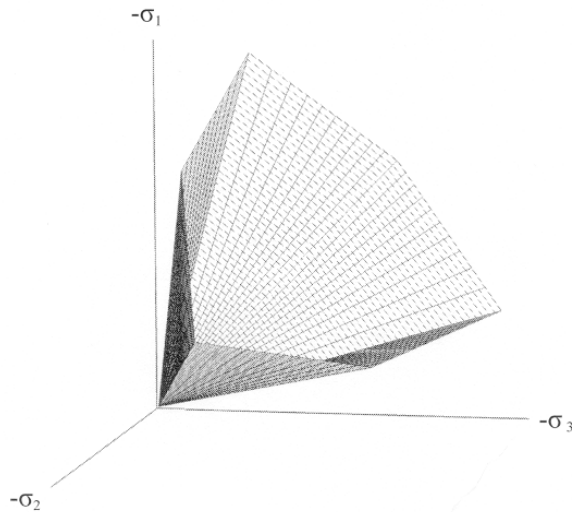
Ingångsparametrarna ska ges i effektiva värden och därmed fås de effektiva värdena på spänningarna ur det konstitutiva sambandet. När de effektiva spänningarna har erhållits kan sedan de totala spänningarna beräknas enligt ekvation (3.133). När modellen används i konstruktioner, som oftast inte har några porspänningar, kan den elastiska modellen göras med icke-porös beräkning vilket utesluter de effektiva parametrarna och modellen fungerar precis som i kapitel 3.1.

Ofta ökar elasticitetsmodulen med djupet i en jord, även detta kan beskrivas i Plaxis genom att ge elasticitetsmodulen vid en viss nivå och anges hur mycket den ökar per meter. Den linjärelastiska modellen används även som grund till andra modeller i Plaxis såsom t ex Mohr-Coulombs elastiska del.

4.2.2 Mohr-Coulombs jordmodell

Mohr-Coulombs modell i Plaxis är en elastisk idealplastisk modell med en konstant flytyta. Modellen är gjord som icke-associativ plasticitet eftersom en associativ plasticitet skulle överskatta dilatationen i jorden. Som konstitutivt samband används i denna modell det konstitutiva sambandet i ekvationen (3.104) som beskrevs i kapitel 3.5.3.

Då Mohr-Coulombs flytkriterium är en utökning av Coulombfriktion (Grahn och Jansson, 2002) till generell spänningstillstånd, alltså att Coulombfriktion gäller i alla riktningar i materialet, består det av flera plan i spänningsrymden. Figur 3.11a visar att flytkriteriet bestod av 6 linjer i deviatorplanet, om detta vägs samman med Figur 3.11b där flytytan visas vara en rät linje i meridianplanet erhålls Figur 4.1 nedan. Ur denna kan det ses att flytytan består av 6 plan i spänningsrymden.



Figur 4.1. Figuren visar Mohr-Coulombs flytkriterium i spänningsplanet (Brinkgreve m fl, 2004).

Ekvation (3.104) i kapitel 3.5.3 gäller ju för kontinuerliga ytor. Detta problem löses genom att 6 potentialfunktioner används för att beskriva den plastiska töjningen enligt

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda}_1 \frac{\partial g_1}{\partial \sigma'_{ij}} + \dot{\lambda}_2 \frac{\partial g_2}{\partial \sigma'_{ij}} + \dots + \dot{\lambda}_6 \frac{\partial g_6}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (4.3)$$

För att kunna beskriva 6 olika plastiska faktorerna i (4.3) skapas sex olika flytfunktioner som beror på jordens friktionsvinkel och dess kohesion, dessa ser ut enligt

$$f_{1a} = \frac{1}{2}(\sigma'_2 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_2 + \sigma'_3)\sin\varphi - c \cos\varphi = 0 \quad (4.4a)$$

$$f_{1b} = \frac{1}{2}(\sigma'_3 - \sigma'_2) + \frac{1}{2}(\sigma'_3 + \sigma'_2)\sin\varphi - c \cos\varphi = 0 \quad (4.4b)$$

$$f_{2a} = \frac{1}{2}(\sigma'_3 - \sigma'_1) + \frac{1}{2}(\sigma'_3 + \sigma'_1)\sin\varphi - c \cos\varphi = 0 \quad (4.4c)$$

$$f_{2b} = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3)\sin\varphi - c \cos\varphi = 0 \quad (4.4d)$$

$$f_{3a} = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_2) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_2)\sin\varphi - c \cos\varphi = 0 \quad (4.4e)$$

$$f_{3b} = \frac{1}{2}(\sigma'_2 - \sigma'_1) + \frac{1}{2}(\sigma'_2 + \sigma'_1)\sin\varphi - c \cos\varphi = 0 \quad (4.4f)$$

Som tidigare nämnts kan inte associativ plasticitet användas, detta innebär att även 6 potentialfunktioner bildas

$$g_{1a} = \frac{1}{2}(\sigma'_2 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_2 + \sigma'_3)\sin\psi \quad (4.5a)$$

$$g_{1b} = \frac{1}{2}(\sigma'_3 - \sigma'_2) + \frac{1}{2}(\sigma'_3 + \sigma'_2)\sin\psi \quad (4.5b)$$

$$g_{2a} = \frac{1}{2}(\sigma'_3 - \sigma'_1) + \frac{1}{2}(\sigma'_3 + \sigma'_1)\sin\psi \quad (4.5c)$$

$$g_{2b} = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3)\sin\psi \quad (4.5d)$$

$$g_{3a} = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_2) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_2)\sin\psi \quad (4.5e)$$

$$g_{3b} = \frac{1}{2}(\sigma'_2 - \sigma'_1) + \frac{1}{2}(\sigma'_2 + \sigma'_1)\sin\psi \quad (4.5f)$$

Dessa ekvationer innehåller ytterligare en parameter, dilatationsvinkeln (ψ) för att kunna beskriva den volymökning som kan ske i löst lagrade jordar då de belastas.

Numeriska problem uppstår i hörnen eftersom ytan inte är kontinuerlig där, detta kan lösas genom att använda en mjuk övergång mellan planen genom att runda av hörnen. Detta används dock inte i Plaxis utan här används Mohr-Coulombs modell fullt ut och detta problem tas om hand på annat sätt. För närmare beskrivning hur detta görs hänvisas till Koiter (1960) och van Langen och Vermeer (1990).

Mohr-Coulombs flytkriterium tillåter dragspänningar då materialet har kohesion. Det kan dock uppstå dragsprickor i ytan för leror vilket tyder på leran inte klara några större dragspänningar. Detta visar på att det kan behövas något sätt att ta bort dessa dragspänningar vid modellering av jord. Det finns ett tillval till Mohr-Coulombs flytkriterium i Plaxis som heter ”Tension cut-off” som gör att ytterligare tre flytkriterier skapas. Dessa skapas enligt Rankines flytkriterium och ser ut enligt

$$f_4 = \sigma'_1 - \sigma_t = 0 \quad (4.6a)$$

$$f_5 = \sigma'_2 - \sigma_t = 0 \quad (4.6b)$$

$$f_6 = \sigma'_3 - \sigma_t = 0 \quad (4.6c)$$

I dessa funktioner anges σ_t av användaren, dock finns den med ett nollvärde som default då Mohr-Coulombs modell väljs.

Nödvändiga ingångsparametrar för denna modell är elasticitetsmodulen och tvärkontraktionstalet som bestämmer den elastiska delen av modellen och friktionsvinkel, kohesionen och dilatationsvinkel som bestämmer den plastiska delen. Precis som i den elastiska modellen kan skjuvmodulen eller ödometermodulen anges i

stället för de elastiska ingångsparametrarna. Elasticitetsmodulen och kohesionen kan även här ökas med djupet på det sätt som beskrivs i den linjärelastiska modellen.

När jord modelleras är det även viktigt att bestämma de spänningar och porvattentryck som finns i jorden innan modelleringen börjar. För en redovisning av hur Plaxis behandlar porvattentryck hänvisas till avsnitt 4.3. Spänningarna kan dock beräknas på olika sätt beroende på vilken jordmodell som används. Då Mohr-Coulombs jordmodell används beräknar Plaxis de rådande spänningarna med hjälp av det i geotekniska sammanhang vanliga sambandet mellan vertikalspänningar och horisontalspänningar. Detta ser ut enligt

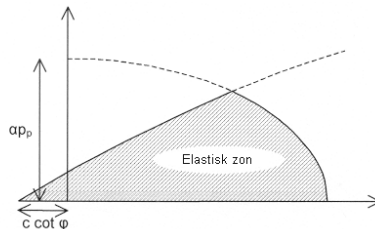
$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} \quad (4.7)$$

För sand kan K_0 antas till 0,5 och i normalkonsoliderade leror till 0,6-0,8, medan överkonsoliderade leror kan ha ett K_0 över 1 (Sällfors, 2001).

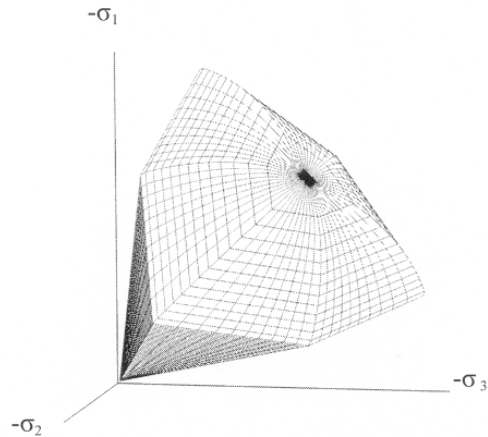
4.2.3 Hardening-soil model

Hardening-soil modellen är en modell som försöker efterlikna den hyperboliska relationen mellan de vertikala spänningarna och den deviatoriska spänningen vid triaxial belastning av jorden. Detta görs genom att två olika elasticitetsmoduler specificeras till den elastiska delen av töjningarna, en för den första pålastning och en för avlastning och återlastning. Dessa ges som indata under ett visst referenstryck och beräknas sedan i varje steg och är beroende bl a av jordens friktionsvinkel och kohesion.

Som tidigare nämnts används den tidigare förklarade Mohr-Coulombmodellens flytkriterium även i denna modell. Detta sker dock med ett tillägg som görs för att Mohr-Coulombs flytkriterium inte kan förklara de plastiska volymtöjningar som uppkommer vid isotrop tryckpåkänning på jorden. Denna nya flytyta som skapas beror bl a på en tredje elasticitetsmodul, ödemetermodulen (E_{od}), och förkonsolideringstrycket (p_p). Denna nya flytyta, som ser ut som en hatt som lagts på Mohr-Coulombs flytkriterium, ger det nya flytkriteriet ett utseende i meridianplanet enligt Figur 4.2 och i spänningsrymden enligt Figur 4.3.



Figur 4.2. Figuren visar flytkriteriet som används i Hardening-Soil modellen i meridianplanet (Brinkgreve m fl, 2004).



Figur 4.3. Figuren visar flytkriteriet som används i Hardening-Soil modellen i spänningsrymden (Brinkgreve m.fl, 2004).

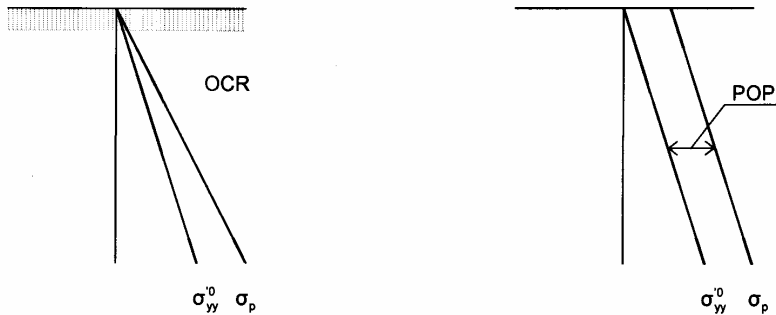
Som tidigare nämnts beror ”hatten” på flytkriteriet bl a på förkonsolideringstrycket, därför är detta mycket viktigt att få korrekt vid användning av denna modell. För att detta ska bli så korrekt som möjligt finns två olika sätt att beräkna detta på i Plaxis, dessa är ”Over-Consolidation Ration” (OCR) och ”Pre-Overburden Pressure” (POP). OCR beräknas som kvoten mellan den historiskt sett största vertikalspänningen (σ_p) och rådande effektiva vertiakalspänningarna (σ_{22}^0) enligt

$$OCR = \frac{\sigma_p}{\sigma_{22}^0} \quad (4.8)$$

POP definieras istället som skillnaden mellan dessa två spänningar enligt

$$POP = |\sigma_p - \sigma_{22}^0| \quad (4.9)$$

I Figur 4.4 nedan visas den vertikala förkonsolideringsspänningen i relation till de rådande vertikalspänningarna för de två olika sätten att ange förkonsolideringen.



Figur 4.4. Figuren visar relationen mellan förkonsolideringsspänningen och rådande vertikalspänning. I figur a) har OCR använts och i figur b) har POP använts (Brinkgreve m fl, 2004).

Eftersom Hardening-Soil modellen är mer avancerad än Mohr-Coulombs modell krävs det fler ingångsparametrar. Som tidigare nämnts krävs t ex två olika elasticitetsmoduler, en för den första pålastningen och en för avlastning och återlastning, utöver detta krävs ytterligare en ingångsparameter för att klara den elastiska delen av modellen. Detta är en parameter som styr hur elasticitetsmodulerna beror på spänningarna. Plasticiteten styrs som i Mohr-Coulombs fall av friktionsvinkel, kohesionen och dilatationsvinkel. Vidare finns det ytterligare sju ingångsparametrar till modellen men dessa har default-värden som inte bör ändras av ovana användare.

Utöver de tillval som även kan göras i Mohr-Coulombs jordmodell kan dilatationen ges ett maxvärde. Detta motsvaras av att när jorden utsatts för omfattande skjuvning som ger stor dilatation når jorden en kritisk densitet där ingen ytterligare dilatation kan uppstå.

4.3 Odränerad analys

Eftersom de effektiva materialparametrarna är de som vanligen finns efter undersökningarna i jorden finns det ett alternativ där dessa kan används som indata även för en odränerad analys i Plaxis. Detta görs genom att sambanden

$$E_u = 2G(1 + \nu_u) \quad (4.10)$$

$$\nu_u = \frac{\nu' + \mu(1 + \nu')}{1 + 2\mu(1 + \nu')} \quad (4.11)$$

$$\mu = \frac{1}{3n} \frac{K_w}{K'} \quad (4.12)$$

räknar om den effektiva elasticitetsmodulen (E') och det effektiva tvärkontraktions-talet (ν') till odränerade motsvarigheter (E_u och ν_u) (Brinkgreve m fl, 2004).

$$K' = \frac{E'}{3(1 - 2\nu')} \quad (4.13)$$

För att erhålla ett fullt inkompressibelt tillstånd ska det odränerade tvärkontraktionstalet väljas till 0,5 men då uppstår singularitet i styvhetsmatrisen därför har Plaxis satt denna till 0,495 som defaultvärde. Plaxis beräknar själv vattnets kompressionsmodul enligt

$$\frac{K_w}{n} = \frac{3(\nu_u - \nu')}{(1 - 2\nu_u)(1 + \nu')} \quad (4.14)$$

För att beräkningen ska bli realistisk måste vattnets kompressionsmodul vara mycket större än jordskelettets, detta erhålls så länge det effektiva tvärkontraktionstalet är mindre än 0,35.

När den konstitutiva ekvationen är löst och alla töjningar är framräknade beräknas skillnaden i totala spänningen, den effektiva spänningen och ökningen av porvattentrycket (Brinkgreve m fl, 2004).

I lösa jordar görs ofta in-situ och laborationsbestämningar av den odränerade jorden. Om detta är gjort kan

$$E' = \frac{2(1 + \nu')}{3} E_u \quad (4.15)$$

användas för att räkna om den odränerade elasticitetsmodulen till effektiv elasticitetsmodul. Odränerad skjuvhållfasthet kan dock inte räknas om till effektiv friktionsvinkel (φ') och effektiv kohesion (c') lika lätt. Däremot finns möjligheten att ange den odränerade kohesionen (c) samt den odränerade friktionsvinkeln (φ). Även då denna möjlighet utnyttjas måste tvärkontraktionstalet och elasticitetsmodulen anges i effektiva värden. Denna möjliga variant till att göra odränerad analys finns bara i två jordmodeller, Mohr-Coulomb och Hardening-Soil modellerna (Brinkgreve m fl, 2004).

Det går också att genomföra en odränerad analys genom att välja jorden som ett ickeporöst material och därefter ange de odränerade parametrarna. Men i detta fall görs analysen utan att skilja på de effektiva spänningarna och det hydrauliska trycket utan bara de totala spänningarna erhålls som resultat. Det bör nämnas att detta sätt att gå till väga ej kan tillämpas då Soft Soil Creep-modell används. Det är även lätt att inse att det oftast är att föredra att genomföra den odränerade modelleringen enligt det första alternativet i detta kapitel.

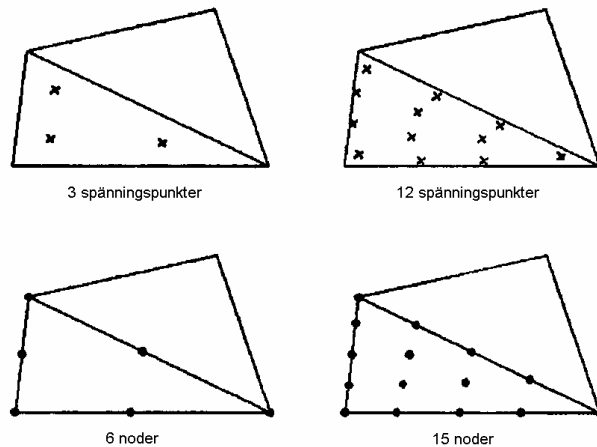
4.4 Element

I Plaxis finns två olika element som kan appliceras på jorden, båda är triangulära. Utöver dessa finns det balkelement, fjäderelement, ytelement och ett speciellt element som bara kan ta upp dragkrafter som kallas ”Geogrid”, alla för att modellera olika konstruktioner som kan finnas med i modellen.

Genereringen av elementnätet sker automatiskt i Plaxis. Nätgeneratoren är en speciell version av triangelnätgeneratoren som är utvecklad av Sepra. Detta är en robust trianguleringsprocedur som resulterar i ett oregelbundet nät som kan se rörigt ut men oftast ger bättre numeriskt resultat än ett oregelbundet nät. (Brinkgreve m fl, 2004)

4.4.1 Jordelement

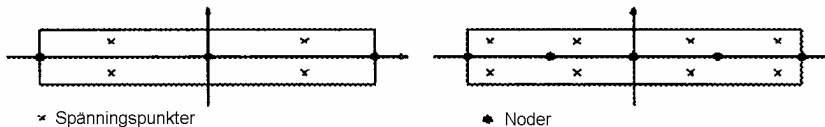
De jordelement som finns i Plaxis är 6-nodiga och 15-nodiga triangelement. Det 15-nodiga elementet, som är default-valet, ger en fjärde ordningens interpolation vid beräkningen av förskjutningar och har 12 Gausspunkter till den numeriska integrationen. Det 6-nodiga ger en andra ordningens interpolation och har 3 Gausspunkter till den numeriska integrationen, elementens utseende visas i Figur 4.5. Det 15-nodiga elementet är ett mycket korrekt element som ger bra resultat till svåra beräkningar men kräver mer minne och längre tid än det 6-nodiga elementet. Det 15-nodiga elementet motsvaras av fyra 6-nodiga element i antal noder och Gausspunkter men det 15-nodiga elementet ger ändå bättre resultat. (Brinkgreve m fl, 2004)



Figur 4.5. Figuren visar jordelementen utseende i Plaxis (Brinkgreve m fl, 2004).

4.4.2 Balkelement

Balkelement som har böjstyvhet och axial styvhet skapas genom att använda funktionen ”Plate”. Balkelementen har tre frihetsgrader i varje nod, två förskjutningsfrihetsgrader (u_1, u_2) samt en rotationsfrihetsgrad (rotation i x-y planet). Om 15-nodiga jordelement används kommer balkelement med 5 noder och 4 par Gausspunkter att skapas medan 3-nodiga balkelement med 2 par Gausspunkter skapas om 6-nodiga jordelement används (se Figur 4.6).



Figur 4.6. Figuren visar balkelementens utseende i Plaxis (Brinkgreve m fl, 2004).

Mindlins balkteori används för balkelementen, detta gör att utböjning både på grund av böjning och skjuvning är medräknad samtidigt som elementen kan ändra längd om de utsätts för axiella laster. När ett balkelement skapas bildas samtidigt en geometrilinje, vilket innebär att ett balkelement kan läggas in i en modell utan att det tidigare funnits en geometrilinje på samma ställe.

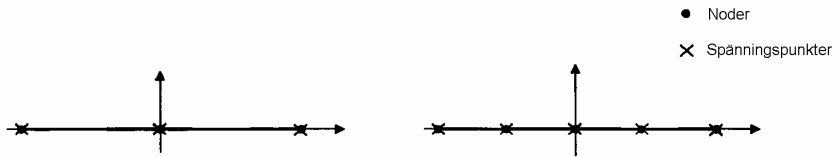
4.4.3 Fjäderelement

Det finns två olika fjäderelement i Plaxis, det ena har en fixerad ände och en fri ände medan det andra har två fria ändar. Det med en fixerad ände kan t ex användas då stämp i en symmetrisk modell ska användas, detta eftersom symmetripunkten på stämpan inte har några förskjutningar. Fjäderelementet med två fria ändar används t ex till att modellera stagen vid bakåtförankring av en slitsmur eller spont.

Fjäderelementen med två fria ändar kallas ”node to node anchors” och är element med konstant normalstyvhet och med en nod i varje ände. Ett stag modelleras med hjälp av ett sådant element och får då ingen friktion mellan stagets yta och omkringliggande jord. När elementet skapas bildas automatiskt noder i ändarna av staget men inga geometrilinjer där staget ligger, vilket innebär att staget bildas av ett element som ligger ovanpå det elementnät som bildas i jorden men som binder till de övriga materialen i nodpunkterna.

4.4.4 ”Geogrid”

”Geogrids” är smala strukturer som har en normalstyvhet i drag men utan normalstyvhet i tryck och helt utan böjmotstånd. Dessa är till för att modellera jordförstärkningar av t ex geotextil men kan även användas till att modellera staginjektering. ”Geogrid”-elementen är linjeelement med två frihetsgrader (u_1, u_2) i varje nod. När 15-nodiga jordelement används har ”geogrid”-elementen 5 noder och då 6-nodiga jordelement används har ”geogrid”-elementen 3 noder. De axiella krafterna beräknas i Newton-Cotes spänningspunkter som sammanfaller med noderna. Figur 4.7 visar ”geogrid”-elementens utseende.

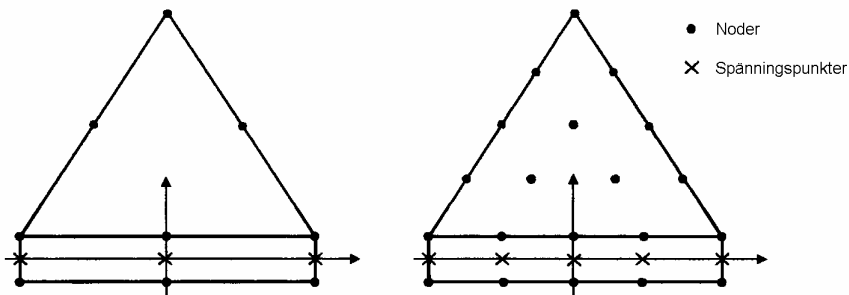


Figur 4.7. Figuren visar "Geogrid"-elementens utseende i Plaxis.

4.4.5 Ytelement

För att modellera ytan mellan slitmuren och jorden definieras ytelement som har en fiktiv tjocklek. Dess tjocklek påverkar de elastiska deformationerna i ytan och bestäms av den generella elementstorleken och en "virtual thickness factor" som har default-värdet 0,01. Detta kan minskas för att minska de elastiska töjningarna av ytelementet men då finns risk för att numeriska beräkningsproblem uppstår.

Om 15-nodiga jordelement används kommer ytelementen att få 5 par noder och om 6-nodiga element används så kommer ytelementen att få 3 par noder, se Figur 4.8. I figuren ser ytelementen ut att ha en tjocklek men det har den inte i beräkningen då båda noderna i varje nodpar har samma koordinater. Även i ytelementen används Newton-Cotes spänningspunkter, dessa sammanfaller med nodparen vilket innebär att ett ytelement med 5 nodpar har 5 spänningspunkter och ett ytelement med 3 nodpar har 3 spänningspunkter, se Figur 4.8.



Figur 4.8. Figuren visar utseendet hos ytelementen i Plaxis (Brinkgreve m fl, 2004).

När jord och konstruktioner möts eller när randvillkor har skarpa kanter finns risk för höga spännings- och töjningskoncentrationer. Volymelementen kan inte klara av detta, men det går att lösa detta genom att förlänga ytelementen en bit utanför själva ytan. När detta görs måste dock denna yta ges samma hållfasthet som jorden runt om för att inte försämra jordens egenskaper i området.

4.5 Beräkningssätt

I Plaxis finns det tre olika valbara sätt att genomföra beräkningarna, Plastisk beräkning, Konsolideringsberäkning och Säkerhetsberäkning. Dessa tre kan i sin tur utföras både på det vanliga nätet och på ett uppdaterat nät. Att göra beräkningen på ett uppdaterat nät innebär att tredje ordningens teori används och stora deformationer kan tas med i beräkningarna. I tredje ordningens teori sätts styvhetsmatrisen upp på det deformerade nätet medan styvhetsmatrisen i vanliga fall sätts upp på det odeformerade nätet.

4.5.1 Plastisk beräkning

Plastisk beräkning används då en elastisk eller plastisk beräkning kan göras utan att det är nödvändigt att ta hänsyn till det tillskott till portrycket som uppstår då vattnet inte hinner dränera bort (p_{excess}). Detta innebär att en plastisk beräkning inte tar hänsyn till tidseffekten utan här erhålls den jämvikt som uppstår efter en längre tid, detta trots att det går att ge ett tidsintervall för den plastiska beräkningen. Vid belastning av jordar med låg permeabilitet och som innehåller vatten kan beräkningen göras med tillvalet odränerad som innebär helt odränerade förhållanden för modellen. Detta kan ge rimliga värden på den jämvikt som uppstår efter längre tid men hur deformationen utvecklas och konsolideringsprocessen kan inte följas.

4.5.2 Konsolideringsberäkning

En konsolideringsberäkning görs när det är nödvändigt att följa utvecklingen av portrycket som uppstår på grund av de plastiska deformationerna, detta speciellt i jordar med låg permeabilitet. Konsolideringsberäkningen utan några nya laster används ofta också då en odränerad plastisk beräkning har gjorts.

Plaxis tillåter en elastoplastisk konsolideringsanalys. Det går även att lägga in laster i ett konsolideringssteg men det finns risk för att iterationsprocessen inte konvergerar när jorden närmar sig brott (Brinkgreve m fl, 2004).

4.5.3 Säkerhetsberäkning

En säkerhetsberäkning görs när en global säkerhetsfaktor för modellen ska beräknas. Säkerhetsberäkningen är en speciell form av plastisk beräkning där tidinkrementet generellt inte är av betydelse. Denna beräkning genomförs istället genom att beräkningen börjar med säkerhetsfaktorn 1 och sedan ökar stegvis. Säkerhetsfaktorn definieras enligt (Sällfors, 2001)

$$SF = \frac{\tan \varphi_{start}}{\tan \varphi_{reducerad}} = \frac{c_{start}}{c_{reducerad}} \quad (4.16)$$

Detta innebär att för varje steg minskas friktionsvinkeln och kohesionen något fram tills brott uppstår. Säkerhetsfaktorn kan sedan användas för att bestämma hur stor risken är för att brott ska uppstå, vilket sedan kan härledas till en säkerhetsklass. På detta sätt kan säkerhetsklassen bestämmas för en speciell konstruktion i varje beräkningssteg utan att säkerhetsfaktorn appliceras direkt på ingående materialparametrar.

En säkerhetsberäkning kan göras efter varje beräkningssteg och på så sätt i varje konstruktionssteg. Det ska dock påpekas att inget beräkningssteg kan starta efter ett säkerhetssteg eftersom säkerhetssteget gör en beräkning tills det uppstår ett brott. Om mer avancerade jordmodeller än Mohr-Coulomb används innan en säkerhetsberäkning ska göras kommer Plaxis ändå att använda Mohr-Coulombs jordmodell vid säkerhetsberäkningen.

5 Z-soil

5.1 Allmänt

Z-soil är ett FEM-program som främst är utvecklat för att modellera jord och geokonstruktioner i tre dimensioner. Programmet kan modellera deformationer och spänningar tillsammans med vattenflöden, dessutom kan det göra modelleringar av fuktvandring och värmetransport. Det finns även möjlighet att göra tvådimensionella beräkningar, vilket är det som används i detta arbete. Även om Z-soil är utvecklat för att användas till att modellera jord, geokonstruktioner och samverkan mellan dessa finns det möjligheter att modellera andra material med de materialmodeller som finns i programmet (Ekdahl, 2006). Det finns även en möjlighet att skapa egna materialmodeller i Z-soil.

I detta kapitel görs en presentation av de funktioner som kommer att användas vid modelleringen i Z-soil. De jordmodeller som finns presenteras och de som kan användas i detta arbete kommer att ges en närmare beskrivning. Elementen som används i modelleringen presenteras också närmare. Vid modellering av geotekniska konstruktioner är det viktigt att kunna modellera den verkliga arbetsordningen, i Z-soil görs detta genom att existensfunktioner och lastfunktioner sätts upp. Hur beräkningen ska göras och med hur stora steg beskrivs under en funktion som kallas ”Analysis and Drivers”.

5.2 Jordmodeller

I Z-soil finns flera olika materialmodeller. I detta arbete tas bara de vanligaste konstitutiva sambanden mellan spänningar och töjningar upp, dock behandlas inte de modeller som finns i Z-soil speciellt för att modellera krypning och svällning. De flödesberäkningar som används vid modelleringen tas inte upp något närmare då det är ”steady-state” beräkningar som används i detta arbete. I ”steady-state” beräkningar är det Darcys lag som används i Z-soil. Eftersom det finns möjlighet att göra modelleringar över fuktvandring och värmetransport finns materialmodeller även för detta. Dessa behandlas dock inte i detta arbete.

Precis som i Plaxis är de olika materialmodellerna beroende på olika materialparametrar som kan vara olika svåra eller dyra att plocka fram ur ett material. Materialen skapas under en funktion som heter ”Materials”, här skapas alla materialen och varje material får ett nummer och kan ges ett namn. Numret som materialet får används när det sedan ska appliceras i geometrin. När ett material skapas anges alla dess materialparametrar, inte bara de som gäller för deformationsberäkningar. Om värmetransport, fukttransport, krypning och svällning ska tas med i beräkningarna anges även de indata som styr dessa samband när materialet skapas. Utöver de befintliga materialmodellerna finns det möjlighet att programmera egna materialmodeller.

Linjärelastisk modell

Den linjärelastiska modellen bygger på Hookes lag i ekvation (3.2) och är som tidigare nämnts ingen bra modell för att modellera jorden. Denna modell används i konstruktionsmaterial där belastningen inte kommer att nå materialets plasticitetsgräns. För själva deformationsberäkningen anges bara de två ingångsparametrarna elasticitetsmodulen och tvärkontraktionstalet. Beräkningarna kan dock göras ortotropa. Den linjärelastiska modellen följer i det isotropa fallet det konstitutiva samband som tas upp i kapitel 3.1.

Mohr-Coulomb

Mohr-Coulombs flytkriterium är som tidigare nämnts det som i vanliga fall används för att beskriva jordens hållfasthet. Eftersom det i grundfallet är en icke-kontinuerlig flytyta kan numeriska beräkningsproblem uppstå då det används i FEM-beräkningar. Detta går dock att komma runt och i Z-soil används detta flytkriterium i flera olika materialmodeller. En närmare beskrivning av dessa görs i avsnitt 5.2.2.

Drucker-Prager

Drucker-Pragers flytkriterium är det matematiskt sett det mest lämpliga och oftast det numeriskt sett mest effektiva flytkriteriet för att modellera jord. I Z-soil finns flera modeller som bygger på Drucker-Pragers flytkriterium, en närmare beskrivning av dessa ges i avsnitt 5.2.1.

Hoek-Brown

Hoek-Brown eller ”concrete-failure criterion” är ett flytkriterium som passar för att modellera t ex bergmassor. Detta flytkriterium har inte tagits upp i kapitel 3 och kommer inte heller att diskuteras vidare här.

Modifierat ”Cam Clay”

Det modifierade ”Cam Clay” kriteriet bildar en associerad plasticitet med en eliptisk flytyta. Detta kriterium passar till silt- och lerjordar.

Aging Concrete

Detta är en modell som kan användas till att modellera tøjningar under betongens härdningsprocess. Den består av flera parallella Maxwellheter som har en elasticitetsmodul som mognar efter ett mönster som kan bestämmas av användaren.

PEABs icke linjära elastiska modell

Denna materialmodell är utvecklad av bl a Ulf Ekdahl på PEAB grundteknik och är en materialmodell med ett olinjärt elastiskt beteende och med Mohr-Coulomb plasticitet. Modellen är utvecklad inom ramen för SwePave, som är ett nytt sätt för dimensionering av framförallt vägar. Modellens stora fördelar är indataparametrarna till modellen är direkt kopplade till praktiska fältundersökningar som främst är oförstörande. (Ekdahl, 2005)

5.2.1 Drucker-Prager

Drucker-Pragers flytkriterium i Z-soil är samma som presenterades i ekvation (3.34). I Z-soil beskrivs jordens hållfasthet med friktionsvinkeln och kohesionen tillsammans med dilatationsvinkeln som en valbar avancerad ingångsparameter. Detta innebär att materialparametrarna i ekvation (3.34) beräknas utifrån friktionsvinkeln och kohesionen och ekvationen kan då skrivas som

$$F_{DP} = A_{\phi} I_1 + \sqrt{J_2} - B_{\phi} = A'_{\phi} p + \frac{1}{\sqrt{3}} q - B_{\phi} = 0 \quad (5.1)$$

där den senare delen är beroende av de i geotekniska sammanhang vanliga spänningsinvarianterna i ekvation (3.32). I denna ekvation gäller att

$$A'_{\phi} = -3A_{\phi} \quad (5.2)$$

Det har tidigare nämnts att icke associativ plasticitet ska användas för att modellera jord, detta görs även i Z-soil med potentialfunktionen enligt

$$G_{DP} = A_{\psi} I_1 + \sqrt{J_2} - B_{\psi} = A'_{\psi} p + \frac{1}{\sqrt{3}} q - B_{\psi} \quad (5.3)$$

I potentialfunktionen beror materialparametrarna istället på dilatationsvinkeln och kohesionen. Ekvationen (5.2) gäller även för potentialfunktionen men skrivs då om genom att friktionsvinkeln byts mot dilatationsvinkeln.

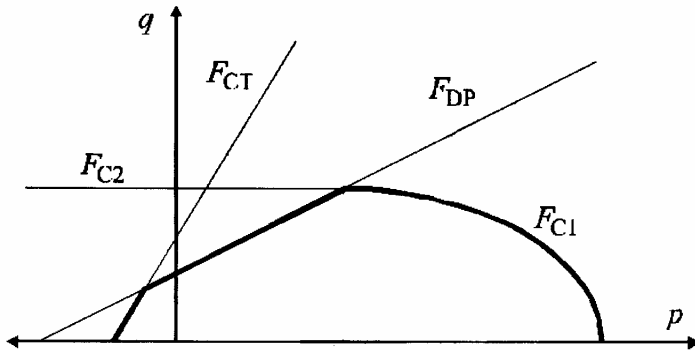
Drucker-Pragers flytkriterium tillåter dragspänningar i materialet därför kan det väljas att använda ytterligare en flytyta enligt

$$F_{CT} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 + \sqrt{J_2} - \frac{1}{\sqrt{3}} I'_{1T} = 0 \quad (5.4)$$

I'_{1T} är den dragspänning som väljs av användaren. Associerad plasticitet antas för denna flytyta, vilket innebär att potentialfunktionen är samma som funktionen för flytytan.

Materialparametrarna α och β i ekvation (3.34) kan utvärderas direkt från försök på materialet. Att de beräknas utifrån friktionsvinkeln och kohesionen i Z-soil gör att Drucker-Pragerflytytan anpassas till Mohr-Coulombs flytyta, vilket innebär en förbättring av flytkriteriet.

Drucker-Pragers flytkriterium används även i en annan materialmodell i Z-soil, denna kallas ”Cap Model”. Denna materialmodell ska bara användas till att modellera jordmaterial. Denna ”Cap Model” har de flytytor som beskrivits ovan samt den har en kapning så att det inte går att uppnå hur stor triaxial tryckspänning som helst. Kapningen gör att flytytan ser ut enligt Figur 5.1 nedan.



Figur 5.1. Figuren visar "Cap Model" flytytan, den böjda delen av flytytan är kapningen som förhindrar alltför stora triaxiala tryckspänningar (Z-soil user manuals, 2003). Den raka ytan med störst lutning är den flytyta som hindrar dragspänningarna och den yta med lägst lutning motsvarar Drucker-Pragers flytkriterium från kapitel 3.3.1

5.2.2 Mohr-Coulomb

Mohr-Coulombs jordmodell är som sagt var den vanligaste jordmodellen och finns givetvis också i Z-soil. Även Z-soil Coulombs flytkriterium enligt formel (3.43). Det är även i denna materialmodell möjligt att välja ett värde på den största tillåtna dragspänningen i materialet. Detta görs dock inte på samma sätt som i Drucker-Prager-kriteriet utan här görs det med hjälp av Rankines flytkriterium. Om detta väljs så kommer flytkriterierna att se ut enligt

$$F_1 = \sigma_1 - \sigma_3 K_\phi - k = 0 \quad (5.4a)$$

$$F_2 = \sigma_1 - \sigma_2 = 0 \quad (5.4b)$$

$$F_3 = \sigma_2 - \sigma_3 = 0 \quad (5.4c)$$

$$F_4 = \sigma_1 - \sigma_t = 0 \quad (5.4d)$$

där
$$K_\phi = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \quad (5.6a)$$

och
$$k = \frac{2C \cos \phi}{1 + \sin \phi} \quad (5.6b)$$

Som synes är materialparametrarna i flytfunktionerna beroende på de vanliga ingångsparametrarna friktionsvinkeln och kohesionen. I denna materialmodell används icke-associativ plasticitet för Mohr-Coulombkriteriet och associativ plasticitet för de andra flytytorna enligt

$$G_1 = \sigma_1 - \sigma_3 K_\psi \quad (5.7a)$$

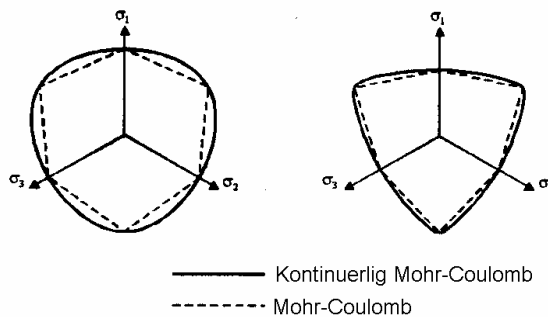
$$G_2 = \sigma_1 - \sigma_2 \quad (5.7b)$$

$$G_3 = \sigma_2 - \sigma_3 \quad (5.7c)$$

$$G_4 = \sigma_1 \quad (5.7d)$$

där
$$K_\psi = \frac{1 - \sin \psi}{1 + \sin \psi} \quad (5.8)$$

Denna materialmodell bildar precis som i Plaxis en flytyta som består av flera ytor. Detta kan som sagt var ställa till med numeriska problem då dessa flytkriterier används vid numeriska beräkningar som FEM. Detta har dock lösts med en speciell algoritm som används till alla okontinuerliga flytytor i Z-soil (Z-soil user manuals, 2003). Ett annat sätt att lösa detta med okontinuerliga flytytor är att approximera dem med en kontinuerlig flytyta. I Z-soil finns en materialmodell som har en kontinuerlig flytfunktion där denna är en approximation av Mohr-Coulombs flytkriterium. Men denna presenteras inte närmare här. Den bygger på Haigh-Westergaards spänningsinvarianter (Z-soil user manuals, 2003). Utöver dessa innehåller den ett antal materialparametrar som alla kan beräknas utifrån friktionsvinkeln och kohesionen samt en funktion som beskriver flytfunktionens utseende i deviatorplanet. Flytytans utseende jämförs med det vanliga Mohr-Coulomb-kriteriet i deviatorplanet för två olika fall i Figur 5.2.



Figur 5.2. Figuren visar en jämförelse mellan de olika Mohr-Coulomb kriterierna för två olika fall (Z-soil user manuals, 2003).

Även i approximeringen av Mohr-Coulomb kriteriet används icke-associativ plasticitet men potentialfunktionen är även den uppbyggd av Haigh-Westergaards spänningsinvarianter tillsammans med materialparametrar som nu istället beror på dilatationsvinkeln och kohesionen.

Det approximerade Mohr-Coulomb-kriteriet närmar sig von Mises flytkriterium då friktionsvinkeln går mot noll. Därför görs en matchning av det approximerade flytkriteriet så att det ska likna Mohr-Coulombs flytkriterium istället för von Mises så att ett så bra resultat som möjligt erhålls. Detta görs genom att de angivna värdena på friktionsvinkeln och kohesionen räknas om till fiktiva värden som används till beräkningarna.

Det finns ytterligare en materialmodell som bygger på Mohr-Coulombs flytkriterium i Z-soil, i denna modell finns möjligheten att definiera hållfastheten i flera olika plan. Varje plan får tre flytfunktioner varav två kommer direkt ur Mohr-Coulombs flytkriterium enligt ekvationerna (3.47) och (3.49) den andra funktionen kommer ur Rankines flytkriterium i ekvation (3.65). Flytfunktionerna för varje plan se ut enligt

$$F^{(1i)} = \tau + \sigma_n \tan \phi_i - c_i \quad (5.9a)$$

$$F^{(2i)} = -\tau + \sigma_n \tan \phi_i - c_i \quad (5.9b)$$

$$F^{(3i)} = \sigma_n - \sigma_t \quad (5.9c)$$

Då tre plan definieras erhålls ortotrop plasticitet. Om oändligt många plan skulle kunna definieras skulle anisotrop plasticitet erhållas. Även i denna materialmodell är plasticiteten icke associativ. Även här byts friktionsvinkeln ut mot dilatationsvinkeln och potentialfunktionerna får ett utseende enligt

$$G^{(1i)} = \tau + \sigma_n \tan \psi_i - c_i \quad (5.10a)$$

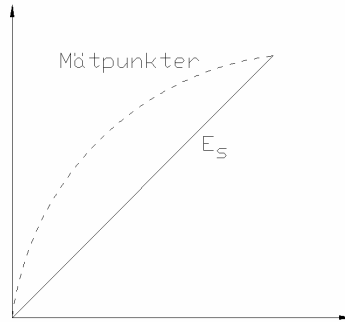
$$G^{(2i)} = -\tau + \sigma_n \tan \psi_i - c_i \quad (5.10b)$$

$$G^{(3i)} = \sigma_n \quad (5.10c)$$

Även denna materialmodell får en okontinuerlig flytyta, men som tidigare nämnts har Z-soil en algoritm för att klara av detta utan att det ska uppstå numeriska problem.

5.2.3 PEABs ickelinjära elastiska modell

Styvheten för jord är egentligen inte någon materialkonstant utan beror på portalet (e) i jorden, spänningsnivån och töjningsnivån. Denna modell använder sig av sekantmodulen (E_s), som är en modul där lutningen på den raka linje som går mellan origo och aktuell punkt, sista punkt vid mätningen, i töjnings- spänningsdiagrammet, se Figur 5.3.



Figur 5.3. Figuren visar sekantmodulen i ett töjnings- spänningsdiagram.

Sekantmodulen beräknas i modellen enligt ekvation (5.11) vid ökande deviatoriska spänningar, alltså pålastning av jorden, och med ekvation (5.12) vid minskande deviatoriska spänningar, alltså avlastning av jorden (Ekdahl, 2005).

$$E_s = K_1 \left(\frac{\max(p, p_L)}{p_{ref}} \right)^{K_2} (1 - K_3 \min(\eta, \eta_{max})) \quad (5.11)$$

$$E_s^{avlast} = K_1 \left(\frac{\max(p, p_L)}{p_{ref}} \right)^{K_2} \quad (5.12)$$

där

$$\eta = \left(\frac{q - q_0}{p_{ref}} \right)^{K_4} \left(\frac{\max(p, p_L)}{p_{ref}} \right)^{-K_2} \quad (5.13)$$

$$\eta_{max} = \frac{1 - \xi}{K_3} \quad (5.14)$$

p_L = det minsta värde p får ha vid beräkning av E_s

p_{ref} = ekvivalenta referenstryckspänningen

q_0 = In-situ deviatorpänningen

ξ = gör så E_s alltid är större än 0. Kan vara väldigt litet, t ex 0,001 men måste kontrolleras

och konstanterna K_1 till K_4 kan uppskattas med hjälp av

$$\begin{aligned}K_1 &= 500/e \text{ (om } E, p \text{ och } q \text{ är i MPa)} \\K_2 &= 0,5 \text{ (samma för värde för alla jordmaterial)} \\K_3 &= 0,65 - 0,74e \text{ (borde gälla för alla jordmaterial)} \\K_4 &= 0,32 - 0,17e \text{ (borde gälla för alla jordmaterial)}\end{aligned}$$

Den ekvivalenta tryckspänningen (p) beror på både på spänningar introducerade genom materialets packning och kapillärsugningen av grundvatten i jorden. Båda dessa kan mätas i fält, den isotropa ekvivalenta tryckspänningen mäts med hjälp av seismiska undersökningar på jorden.

Sekantmodulen beräknas för varje beräkningssteg och används sedan istället för en konstant elasticitetsmodul i Hookes lag från ekvation (3.2). Den plastiska delen av tøjningarna beräknas som i Mohr-Coulombs modell i avsnitt 5.2.2.

5.3 Existensfunktioner

Vid FEM-modellering av geotekniska konstruktioner modelleras oftast hela arbetsprocessen för att skapa konstruktionen. Detta innebär att geometrin ser olika ut för olika tidsskeden i modelleringsfasen, vid början av modelleringen är jorden orörd och inga konstruktioner existerar i jorden men när modelleringen är slut har oftast jorden rörts om och olika konstruktioner finns i den eller på den. För att kunna göra denna modellering krävs att det finns något sätt att ändra modellens geometri under modelleringens gång. Detta kan innebära att jord grävs bort, flyttas eller läggs in i modellen eller att konstruktioner tillkommer i modellen. I Z-soil styrs detta med hjälp av kommandot "Existence function", dessa beskriver när vissa element ska finnas med i modellen.

En existensfunktion definieras genom att gå in under menyvalet "Existence function". Här kan funktionen döpas och ges önskat utseende genom att bestämma under vilka beräkningssteg som funktionen är 1 och för vilka beräkningssteg som den är 0. En existensfunktion kan ändra värde från 1 till 0 eller tvärtom 5 gånger. När existensfunktionen skapas här får den ett nummer som sedan kan anges när elementen ska ges sina egenskaper och på detta sätt kopplas rätt existensfunktion till rätt element, flera kan element ges samma existensfunktion.

Användandet av en existensfunktion leder till att olika många noder och element används i de olika beräkningsstegen vilket i sin tur leder till att styvhetsmatrisen får olika storlek för de olika beräkningsstegen. Elementnätet och nodnumreringen måste dock se likadan ut i början på varje beräkningssteg, detta "input"-nät motsvaras av det största nät som finns i beräkningen. Detta nät sparas under hela beräkningen. För varje beräkningssteg kommer en optimerad nodnumrering att göras av programmet. Hur denna nodnumrering hänger ihop med det maximala nätets nodnumrering sparas. När beräkningarna är klara på den nodnumrering som skapades i det specifika beräkningssteget flyttas resultatet över till den sparade numreringen av det maximala nätet.

5.4 Lastfunktioner

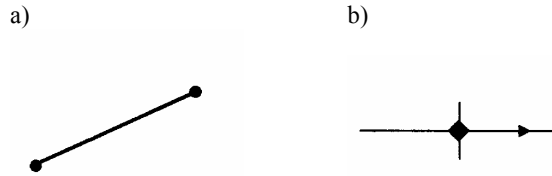
När stora laster appliceras eller stora mängder jord tas bort på en gång kan det vara svårt för beräkningen att konvergera om materialet som påverkas är elastoplastiskt. Därför kan det i dessa fall vara bra att lägga på lite last eller ta bort lite jord i taget, vilket kan göras genom lastfunktioner. Det går även att styra randvillkor så som t ex vattenytan med lastfunktioner. Detta kan utnyttjas för att simulera vad som händer då vattenytan stiger och sedan sjunker undan igen.

Lastfunktionerna definieras under ”Load function”, här får varje lastfunktion ett nummer precis som existensfunktionerna för att de ska kunna ges som en egenskap för elementen. Lastfunktionen definieras genom att vid passande tidpunkter ge ett värde på funktionen, sedan gör programmet en linjär interpolation mellan de på varandra intilliggande punkterna. Lastfunktionerna kan även ges namn så de är lättare för användaren att skilja åt. I beräkningen multipliceras lastfunktionens värde i just det aktuella laststeget med det värde som satts på lasten för att erhålla lastens värde för det aktuella beräkningssteget om lasten existerar enligt existensfunktionen.

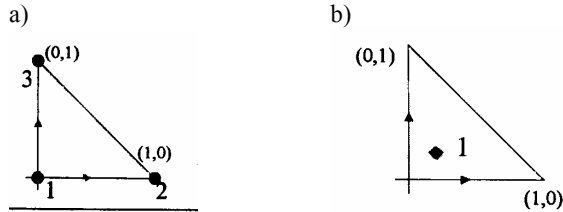
5.5 Element

I Z-soil byggs geometrin upp av isoparametriska element med första ordningens formfunktioner. Geometrin byggs upp genom att varje element definieras direkt av användaren och genom att definiera flera element byggs modellgeometrin upp. För att definiera elementets egenskaper anges vilket material som elementet består av, materialen skapas enligt avsnitt 5.2. Om elementet ska ha någon existensfunktion eller lastfunktion ges dessa samtidigt. Varje element behöver inte ritas för sig utan det finns flera olika sätt att gå till väga för att bygga upp en större modell, t ex går det bra att rita ett stort element och sedan dela det i passande elementstorlek (se Figur 5.7) eller markera flera element och ge alla samma egenskaper.

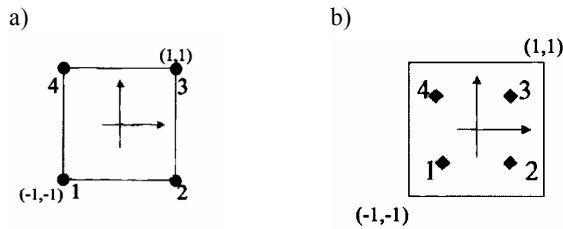
I Z-soil finns flera olika sorters element att använda vid uppbyggnaden av modellen. Då tvådimensionella beräkningar görs används dock bara tre olika former på elementen. De olika formerna är rektangulära, triangulära och element som bara har en dimension och därmed är en linje. De former på elementen som finns i Z-soils tvådimensionella beräkningar visas i Figur 5.4 till Figur 5.6. Dessa former för element kan som sagt var bygga upp flera olika sorters element men i detta arbete tas bara de element som behövs i arbetet upp till närmare förklaring.



Figur 5.4. Utseendet för ett linjeelement. I a) visas noderna och i b) visas Gausspunkten (Z-soil user manuals, 2003).



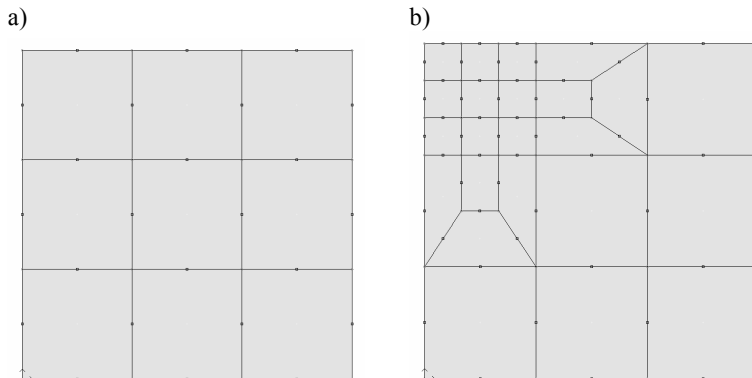
Figur 5.5. Utseendet för ett triangulärt element. I a) visas noderna och i b) visas Gausspunkten (Z-soil user manuals, 2003).



Figur 5.6. Utseendet för ett rektangulärt element. I a) visas noderna och i b) visas Gausspunkterna (Z-soil user manuals, 2003).

5.5.1 Jordelement

De element som används för att modellera jorden i Z-soil kallas för "Continuum". När modelleringen görs i två dimensioner finns det två olika element att välja mellan. Skillnaden mellan dessa element är formen, det ena elementet är rektangulärt och det andra triangulärt. Dessa element är kompatibla med varandra, vilket innebär att geometrin blir enklare att bygga upp. Det finns dock inga element som kan skapa runda former utan den runda formen byggs upp av flera mindre element. Det finns i Z-soil en funktion för att skapa en övergång mellan användandet av ett stort element till användandet av tre mindre element, se Figur 5.7. Denna funktion gör det enklare att skapa ett nät med olika storlekar på elementen.



Figur 5.7. Figuren visar i a) elementen innan funktionen för göra en övergång från 1 element till 3 element använts medan figur b) visar elementen efter att denna funktion använts. För att dela det element som ligger längst upp till vänster har en funktion för delning av element använts.

De rektangulära elementen byggs upp av fyra noder, då de har linjära formfunktioner och de har fyra Gauss-punkter. De triangulära elementen byggs då upp av tre noder men har bara en Gauss-punkt. Detta göra att ett rektangulärt element motsvaras i stort sett av fyra triangulära element.

5.5.2 Balkelement

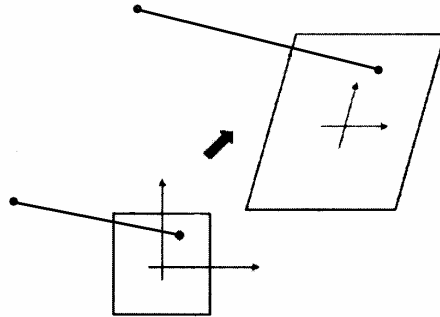
För att modellera spont och slitmurar i en tvådimensionell analys används balkelement i Z-soil. Balkelementen har två noder med två förskjutningsfrihetsgrader och en rotationsfrihetsgrad i varje nod. Dessa balkelement har precis som alla balkelement en böjstyvhet och en normalstyvhet vilket innebär att elementen utsätts för både moment och normalkrafter. Beräkningarna av balken görs utifrån Timoshenkos balkteori. Denna säger att balkens tvärsnitt hela tiden är plant men det behöver inte ha en rät vinkel med balkens tyngdpunktslinje efter deformation av balken. Detta innebär att beräkningen tar med även den deformation som sker på grund av tvärkraften i balken (Gustafsson, 2005).

I Z-soil ges ingen speciell materialmodell till balken utan här väljs istället materialet ”Beam” där balkens alla egenskaper matas in. De ingångsparametrar som ska anges är de elastiska materialparametrarna elasticitetsmodulen och tvärkontraktionstalet, det är även balkens geometri såsom tvärsnittsarea, tröghetsmoment och avstånd ur planet mellan balkarna samt balkmaterialets densitet.

5.5.3 Stångelement

Stångelement är element som har en normalstyvhet men ingen böjstyvhet, vilket innebär att elementet bara kan ta upp normalkrafter och inget moment bildas i elementet. Detta element används till att modellera t ex stag och armeringen i betong, det sistnämnda dock främst då tredimensionella beräkningar görs.

Stagelementet är ett element som inte har någon friktion mellan stagets yta och omkringliggande jord, detta gör att staget bara ansluter mot jorden i nodpunkterna. Stångelementen behöver inte ansluta mot någon befintlig nod i jorden eller balken där den ska fästas utan när stången skapas bildas en nod i varje ände av stången. Detta görs genom att förskjutningar görs av de noder som spänner upp det element där stången fästs. Förskjutningarna av varje nod beräknas beroende på avståndet till den stångens nod (se Figur 5.8).



Figur 5.8. Figuren visar infästningen av en stång enligt beskrivningen ovan (Z-soil user manuals, 2003).

Det finns fördelar med detta sätt att göra infästningen av staget, framförallt är det ju den uppenbara med att det blir enklare att bygga upp modellen. En annan fördel är ju att de spänningskoncentrationer som uppstår i beräkningarna i den nod där staget ansluter fördelas över flera noder och spänningsbilden i området blir mer korrekt. Z-soil rekommenderar att stagelement används för att modellera injekteringen av stagen också men då med flera mindre stag. Att skapa dessa mindre stag är inga problem då det bara är att göra ett stag för hela injekteringen och sedan dela detta stagelement i önskat antal delar.

Stagelementen kan, precis som balkelementen inte ges någon materialmodell, utan här väljs istället materialet "Truss" där stångens alla egenskaper matas in. De egenskaper som matas in är elasticitetsmodulen, tvärkontraktionstalet, tvärsnittsarean och avståndet ur planet mellan varje stag. Stagelementen kan även ges en vikt men då staget har så liten tvärsnittsarea har detta oftast ingen betydelse. Stagelementen kan även förspännas genom ett tillval då elementet ges sina egenskaper. Förspänningen ges en egen existensfunktion och en egen lastfunktion. Detta för att förspänningen existerar bara under en kort tid medan staget existerar från dess installation tills modelleringen är klar. Lastfunktionen kan vara bra att utnyttja så att inte all last läggs på staget direkt eftersom det då kan uppkomma numeriska problem.

5.5.4 "Membrane"

Dessa element är till för att modellera jordförstärkningar såsom geotextilier och kan ges olika materialmodeller till skillnad från stångelement och balkelement. Detta element kan också ges kontakt med omkringliggande material precis som elementet "Geogrid" i Plaxis, dock kan inte "Membrane"-element användas för att modellera injekteringen av staget.

5.5.5 Ytor

För att kunna modellera ytorna mellan jorden och konstruktioner på ett tillfredsställande vis finns det speciella element till detta ändamål i Z-soil. Dessa kan bara skapas mellan två existerande elementnät. När ytelementen skapas kan de ges två olika egenskaper, kontakt- eller kontinuitetsegenskaper. Kontaktsegenskaper innebär att beräkningen görs med elastoplastisk friktion mellan ytorna. Dessutom kan vattenflödet genom ytan styras. Vattenflödet styrs genom att ange om ytan är permeabel eller inte och i så fall med vilken permeabilitet. De elastiska egenskaperna för ytan anges som ett förhållande mellan de angränsande materialens elasticitetsmoduler och tjockleken på elementen. Egenskaperna för den plastiska friktionen ges av friktionsvinkel, kohesion och då avancerade parametrar väljs även dilatationsvinkeln för ytan. Friktionsvinkeln för ytan kan beräknas enligt

$$\phi = \tan^{-1}(\mu) \quad (5.15)$$

om friktionskoefficienten (μ) för ytan är känd.

Kohesion mellan materialen kan uppstå i vissa fall då spontant används i lera, men med denna gäller det att vara försiktig. Detta kan enkelt förstås eftersom om det finns kohesion i ytan innebär det att ytan skulle kunna ta upp drag, vilket oftast inte är fallet.

5.6 Beräkningssätt

Z-soil kan beräkna flera olika saker, förutom deformationer och vattenflöden finns det värmetransport och fukttransport som båda är analoga med vattenflödesberäkningarna. Flödesberäkningarna kan göras som "transient" flöde eller med "steady-state". Förutom att alla dessa går att göra var för sig kan beräkningar av vattenflödet och deformationerna göras samtidigt då de ofta påverkar varandra. Vilken av dessa sorters beräkning som ska göras definieras under menyvalet "Analysis and Drivers". Här beskrivs bara de beräkningar som kommer att användas i detta arbete, alltså vattenflöde och deformationsberäkning.

Deformationsberäkningarna kan göras på flera olika sätt beroende på vad som ska undersökas med modelleringen. Valet av modelleringssätt är även beroende på om vatten har möjlighet att dräneras ut ur modellen och vilka jordmaterial som finns. Nedan beskrivs de modeller som kan vara till nytta i en modellering av det slag som görs i detta arbete. Utöver dessa finns bl a en dynamisk modelleringmodell.

I Z-soil finns ingen funktion som själv väljer inkrementstorleken såsom i Plaxis utan här definieras inkrementlängden av användaren. Detta görs för alla beräkningarna och kan väljas olika stor vid olika tillfällen beroende på när stora laster e dyl aktiveras. Det finns även två olika iterationsmetoder att välja mellan där defaultvalet är Newton-Raphson och den andra varianten är noggrannare men tar längre tid. En annan sak som kan spara tid i beräkningarna är att välja ett enkelt sätt att spara matriserna i beräkningen på men som ändå klarar beräkningen, i detta arbete används sparse.

5.6.1 "Initial state"

Att beräkna de spänningar och portryck som råder i jorden innan modelleringen börjar görs inte som i Plaxis innan själva kalkyleringen utan som ett första steg i beräkningen. Det beräkningssteg som gör detta kallas "Initial State". Detta beräkningssteg kan inte väljas bort utan startar alltid en deformationsanalys i Z-soil. De spänningar som finns i jorden initieellt beror företrädesvis på gravitationen och sambandet mellan vertikalspänningarna och horisontalspänningarna ur ekvation (4.7). I detta beräkningssteg finns möjligheten att sätta storleken på det första inkrementet till något annat än de påföljande inkrementen. Då gravitationen är en stor last eftersom jord är så tung kan det vara bra att utföra detta första steg med flera mindre inkrement för att undvika att modellen inte konvergerar i det första steget.

5.6.2 Tidsberoende analys

I Z-soil finns två olika modelleringsmöjligheter som är beroende på tiden. Detta är konsolidering och lastdriven beräkning. Den lastdrivande beräkningen är den som motsvarar den plastiska beräkningen i Plaxis och konsolideringen motsvaras av konsolideringsberäkningen i Plaxis.

Den lastdrivna beräkningen kan simulera dränerade förhållanden om beräkningen väljs att enbart göras som deformationsberäkning men om beräkningen görs som deformation-flödesberäkning måste stora tidssteg tas för att uppnå dränerade förhållanden i jordar med låg permeabilitet. Odränerade förhållanden kan bara simuleras med hjälp av en deformation-flödesberäkning.

När den lastdrivna beräkningen används vid en deformation-flödesberäkning inleder Z-soil varje inkrementsteg med att göra en flödesberäkning. När denna är gjord används resultatet i deformationsberäkningen för samma steg. När sedan nästa beräkningssteg görs används resultatet från det förra steget i en ny flödesberäkning, resultatet av denna används sedan till deformationsberäkningen och så rullar det vidare tills hela beräkningen är genomförd.

En konsolideringsberäkning görs när det är nödvändigt att följa utvecklingen av portrycket som uppstår på grund av att porvolymen i jorden minskar, detta speciellt i jordar med låg permeabilitet. Om en lastdriven beräkning har gjorts som odränerad kan en konsolideringsberäkning bidra med att de sättningar som uppstår beroende på konsolideringen kan beräknas efter en viss tid.

Konsolideringsberäkningen kan bara göras då en deformations-flödesberäkning görs, inte enbart då deformationsberäkning görs. Detta då konsolideringen beror på hur snabbt vattnet kan dräneras bort ur jorden. Detta innebär även att det inte duger att använda ”steady-state” beräkningar för flödesberäkningen utan här används ”transient” flöde. När en konsolideringsberäkning genomförs görs den som en kopplad beräkning istället för att först göra en flödesberäkning och sedan en deformationsberäkning. Eftersom det kan vara viktigt att ha bättre koll på vad som händer i början av konsolideringen samtidigt som det händer mest då kan det vara bra att definiera konsolideringen i flera beräkningssteg med olika stora inkrement.

5.6.3 Stabilitetsanalys

I Z-soil finns det tre olika stabilitetsanalyser som kan göras efter varje beräkningssteg om användaren så önskar. Den första stabilitetsanalysen är en stabilitetsanalys som ger värdet på inverteringen av den plastiska multipikatorn då spänningsnivån ökas till dess att brott uppstår i modellen.

De andra stabilitetsanalyserna är två säkerhetsanalyser, den första är den vanliga och samma som används i Plaxis enligt ekvation (3.16). Det tredje sättet att göra en stabilitetsanalys är att bara utnyttja den senare delen av ekvation (3.16) enligt

$$SF = \frac{c_{start}}{c_{reducerad}} \quad (5.16)$$

Detta sätt att beräkna säkerhetsfaktor ger en möjlighet att se hur mycket kohesionen i jorden kan minska innan brott uppstår. Även i Z-soil ökas säkerhetsfaktorn så att friktionsvinkeln och kohesionen minskas fram till att brott uppstår i jorden. I Z-soil väljs vid vilken säkerhetsfaktor analysen ska börja och vilken storlek som den ska ökas med samt vid vilket värde på säkerhetsfaktorn som säkerhetsanalysen ska upphöra.

6 ABAQUS

6.1 Allmänt

ABAQUS är ett generellt FE-program som klarar av både statiska och vissa dynamiska modelleringar. Det finns möjlighet att göra både två- och tredimensionella modelleringar och programmet kan användas till allt från att modellera luftströmningar kring flygplan, bilar eller höga byggnader till att modellera förskjutningar i små detaljer som skruvar eller fogar i papperskartonger. ABAQUS kan inte bara modellera spänningar-deformationer och flöden, som värme, luft, fukt eller vatten, utan det går även att modellera elektriska och akustiska situationer mm.

Då ABAQUS har så väldigt många materialmodeller och modelleringsfunktioner behandlas bara de som används för modelleringen i arbetet. Det finns många funktioner i ABAQUS som skulle kunna användas i liknande modelleringar men inte heller dessa tas upp då de är så många. Denna mängd av möjligheter i programmet gör det svårt att kontrollera allt som kan användas till dylika modelleringar på den korta tid som finns i detta arbete, det kan även hända att vissa av de valda modelleringsätten kan göras både mer effektivt och mer korrekt.

6.2 Materialmodeller

När en materialmodell ska definieras i ABAQUS kan de materialparametrar som finns för materialet anges, sedan använder programmet de parametrar som behövs för att göra den analys som väljs av användaren. Detta gör att samma materialmodell kan användas i flera olika modeller, vilket kan vara en fördel om flera olika modelleringar ska göras på samma geometri. I detta arbete görs bara en vattenflödesberäkning kopplad till en spänning-deformationsberäkning. Vattenflödesberäkningen görs som en ”steady-state” beräkning och beskrivs inte närmare utan det är bara de spännings-deformationsteorier som är applicerbara på jord som tas upp.

I ABAQUS definieras materialets elastiska och plastiska beteende var för sig, alltså kan en viss elasticitetsmodell kan paras ihop med flera plastiska modeller. Nedan kommer en liten diskussion om vissa elastiska och plastiska materialbeteenden som passar för att användas till jord. I ABAQUS finns dock flera elastiska, såsom en viskoelastisk modell, och plastiska modeller som kan passa för modellering av olika jordar. Det finns också flera materialmodeller som kan modellera betongen i modellen på ett mer korrekt sätt men inte heller dessa tas upp i detta arbete.

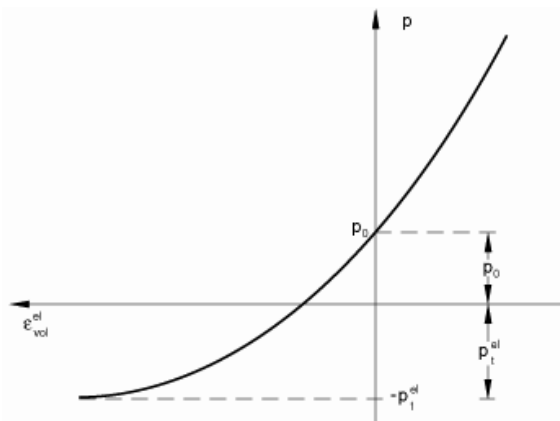
Linjärelasticitet

Den linjärelastiska modellen bygger på Hookes lag i ekvation (3.2) och ska inte användas för att modellera jorden utan plasticitetsmodell. Modellen kan användas för att modellera konstruktionsmaterial där belastningen inte når materialets plasticitetsgräns. De ingångsparametrar som krävs är elasticitetsmodulen och tvärkontraktionstalet men utöver dessa kan t ex väljas att inget elastiskt drag eller inget tryck kan uppkomma. Materialparametrarna kan även göras beroende på temperaturen. Elasticiteten behöver inte vara isotrop utan kan vara både ortotrop och

anisotrop, vilket gör att elasticitetsmoduler och tvärkontraktionstal måste ges i flera plan. Den linjärelastiska modellen följer i det isotropa fallet, det som används i detta arbete, det konstitutiva sambandet som tas upp i avsnitt 3.1.

Porös elasticitet

Denna materialmodell är en icke-linjär isotrop modell där spänningsinvarianten p , se ekvation (3.32) beror på en exponentialfunktion av den volymetriska töjningen, se Figur 6.1. I modellen går det att definiera en gräns för den elastiska dragförmågan. När denna modell använd som elasticitet kan bara ”Clay”-modellen eller någon av två modeller som båda är en vidareutveckling Drucker-Prager modellen användas som plasticitetsmodell.



Figur 6.1. Figuren visar hur spänningsinvarianten p varierar med den volymetriska töjningen (Hibbitt, Karlsson och Sorensen, 1996).

Drucker-Prager plasticitet

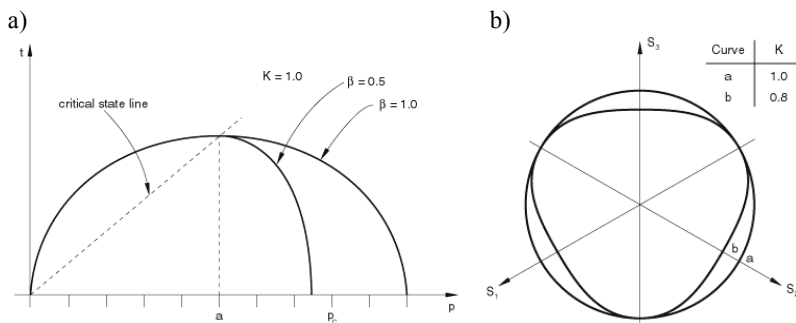
I ABAQUS finns flera olika sätt att modellera med Drucker-Prager plasticitet, men det är bara ett av dem som kan anpassas till Mohr-Coulombs flytkriterium så att det inte är cirkulärt i deviatorplanet. Det finns inte bara olika sätt att bygga upp Drucker-Prager-kriteriet utan det kan även modelleras tillsammans med ett annat flytkriterium som kallas ”Cap”-kriteriet. Detta kan lättast beskrivas som en hatt som läggs på Drucker-Prager-kriteriet i meridianplanet så att vid triaxiala tryckspänningar nås flytytan för detta kriterium. Då båda dessa flytkriterier används tillsammans kallas det för ”modifierat” Drucker-Prager-kriterium, annars kallas det ”utdraget” Drucker-Prager-kriterium. Det modifierade Drucker-Prager-kriteriet passar till att modellera kohesionsjordar och visas i Figur 6.6 medan det ”utdragna” Drucker-Prager-kriteriet passar för att modellera friktionsjordar.

Mohr-Coulomb plasticitet

Mohr-Coulomb plasticiteten i ABAQUS använder i stort sett det klassiska flytkriteriet i ekvation (3.47) men med vissa små ändringar. Det går bland annat att låta materialet hårdna eller mjukna isotropt då det utsätts för plastiska töjningar genom att kohesionen anges som en funktion av de plastiska töjningarna. ABAQUS använder även en kontinuerlig flödesfunktion som har ett hyperboliskt utseende i meridianplanet och en bitvis elliptisk form i deviatorplanet. Mohr-Coulomb plasticiteten används främst till geotekniska modelleringar i ABAQUS och har utöver ovan nämnda sätt att ge kohesionen ingångsparametrarna friktionsvinkeln och dilatationsvinkel. Alla kan ges som en funktion av temperaturen och andra variabler precis som alla ingångsdata till materialmodellerna i ABAQUS.

”Critical state” plasticitet

Denna plasticitet kallas även lerplasticitet och är en utveckling av den ”Critical state” som från början utvecklades i Cambridge av Roscoe. Denna plasticitet antas vara associerad med en flytyta som beror av tre spänningsinvarianter och där flytytan ändras beroende på de plastiska volymtöjningarna i hårdnanderegeln (Hibbitt, Karlsson och Sorensen, 1996). Flytytans utseende visas i figur 6.2, där det kan ses att det i ABAQUS finns en möjlighet att ändra den i originalet runda formen på flytytan i deviatorplanet, genom att ändra parametern K (se Drucker-Prager), till en form som har mer likheter med Mohr-Coulombs flytkriterium och därmed passar bättre för jordmodeller. Utseendet i meridianplanet kan ändras genom att ändra parametern β och storleken på ytan styrs med parametern a som ges som ett ingångsvärde men som i beräkningen sedan ändras i förhårdnanderegeln. Denna plasticitetsmodell kan bara användas tillsammans med vanlig linjärelasticitet eller den porösa elasticiteten.



Figur 6.2. Figuren visar ”Critical state” -plasticitetens flytyta i a) meridianplanet och b) deviatorplanet (ABAQUS).

6.2.1 Drucker-Prager

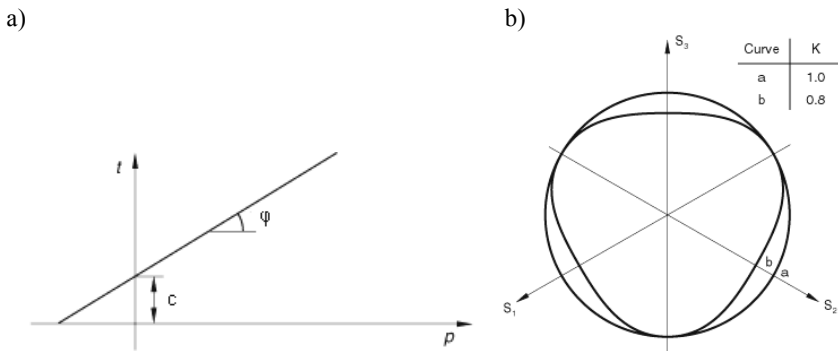
Drucker-Pragers flytkriterium finns i ABAQUS för att framförallt modellera geotekniska modeller där brottet oftast är tryckberoende, men kan även användas till vissa polymera material. Det finns flera olika sätt att variera Drucker-Pragerplasticitet

i ABAQUS, valet av vilket som ska användas beror på vilket material som ska modelleras och vilka materialparametrar som finns att tillgå.

I ABAQUS finns tre olika flytytor att välja mellan då Drucker-Prager flytkriterium väljs. Av dessa är det enklaste den linjära ytan i meridianplanet som redovisas i avsnitt 3.3.1 med ekvation (3.34). I ABAQUS är materialparametern α den inre friktionskoefficienten i materialet, vilket innebär tangens för friktionsvinkeln, och materialparametern β är materialets kohesion. ABAQUS linjära Drucker-Prager flytkriterium ges av uttrycket

$$F_s = t - p \tan \varphi - c = 0 \quad (6.1)$$

och Figur 6.3.



Figur 6.3. Det linjära Drucker-Prager kriteriet som finns i ABAQUS. b) hur flytkriteriet kan anpassas till Mohr-Coulombs flytkriterium (Hibbitt, Karlsson och Sorensen, 1996).

I ekvationen kan ses att flytkriteriet ändrats så att spänningsinvarianten I_1 ersätts med spänningsinvarianten p som beror enbart på I_1 enligt ekvation (3.32). Första termen har också ändrats och beror inte på spänningsinvarianten J_2 utan beror nu istället på termen t , denna beror i sin tur på spänningsinvarianten q som beror på J_2 enligt ekvation (3.32). Termen t är introducerad så att Drucker-Pragers flytkriterium kan matchas mot Mohr-Coulombs flytkriterium med en parameter K som är kvoten mellan flytspänningen för triaxial dragspänning och flytspänningen för triaxial tryckspänning (ABAQUS user manuals, 2006).

Drucker-Pragers flytkriterium kan även ges som en hyperbolisk funktion eller som en exponentiell funktion. Den hyperboliska funktionen är en kontinuerlig kombination av Rankines flytkriterium som inte tillåter dragspänningar under ett givet värde och Drucker-Pragers linjära flytkriterium. Detta resulterar i en flytfunktion enligt

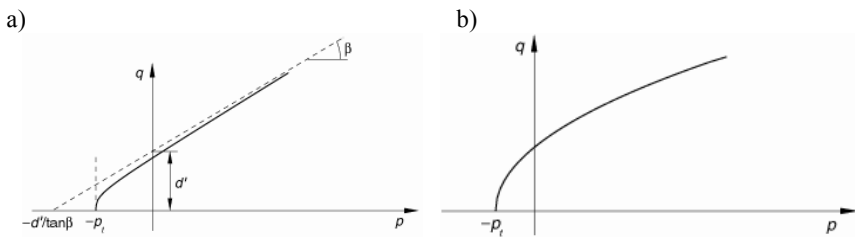
$$F_s = \sqrt{(c_o - p_{t0})^2 + q^2} - p \tan \varphi - c = 0 \quad (6.2)$$

Där c_0 är startvärdet för kohesionen medan c är den rådande kohesionen beroende på hårdnande av materialet och p_{t0} är det angivna värdet för draghållfastheten. Kohesionen ges i ABAQUS som en funktion beroende på den plastiska töjningen i materialet vilket kan ge ett bidrag till ett hårdnande eller mjuknande hos materialet.

Den exponentiella varianten av Drucker-Pragers flytkriterium är det mest generella flytkriteriet och ser ut enligt

$$F_s = aq^b - p - p_t = 0 \quad (6.3)$$

Där a och b är materialparametrar som inte beror på hårdnande eller mjuknande hos materialet och p_t är den hydrostatiska draghållfastheten i materialet i just det spänningstillstånd som det befinner sig i för tillfället. De hyperboliska och exponentiella flytkriterierna som bygger på Drucker-Pragerflytkriteriet visas alla i Figur 6.3. Dessa kan inte anpassas till Mohr-Coulombs flytkriterium och har därmed alltid en cirkulär form, som motsvaras av att sätta $K = 1$ i det linjära flytkriteriet, i deviatorplanet.



Figur 6.4. Figuren visar i a) det hyperboliska flytkriteriet och i b) det exponentiella flytkriteriet i meridianplanet (ABAQUS).

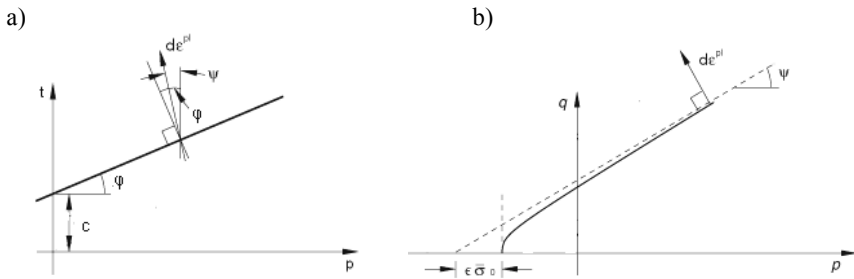
Drucker-Pragerkriteriet är icke associativ plasticitet, vilket innebär att flödesfunktionen inte är samma som flytfunktionen. De har däremot liknande utseende men beror på olika parametrar, flödesfunktionen beror även här av dilatationsvinkeln. Om den linjära flytfunktionen används ser flödesfunktionen ut enligt

$$G = t - p \tan \psi \quad (6.4)$$

och om något av de andra flytkriterierna används ser flödesfunktionen ut enligt

$$G = \sqrt{(\varepsilon \cdot \sigma_0 \tan \psi)^2 + q^2} - p \tan \psi \quad (6.5)$$

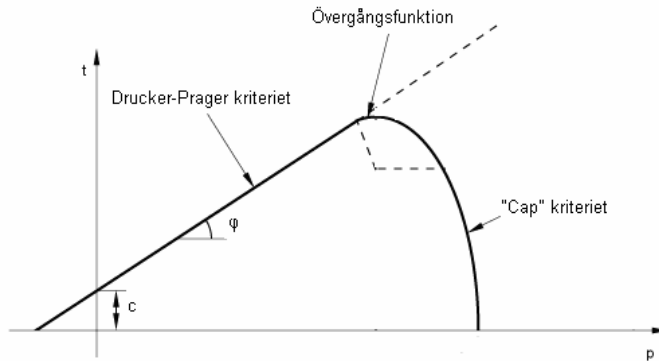
Där ε kallas excentriciteten och är den som styr hur snabbt flödesfunktionen närmar sig sin asymptot, se Figur 6.5, och σ_0 är flytspänningen vid starten. Dessa båda flödesfunktioners utseende visas i Figur 6.5 nedan.



Figur 6.5. Figuren visar de olika flödesfunktionerna i ekvation (6.4) och (6.5) (Hibbitt, Karlsson och Sorensen, 1996).

Som tidigare nämnts kan det skapas en Drucker-Pragermodell som passas för modellering av friktionsjordar och en som passas för modellering av kohesionsjordar i ABAQUS. Skillnaden mellan dessa båda är att i den som modellerar kohesionsjordar väljs ytterligare ett flytkriterium, ”Cap”, till Drucker-Pragers kriterium, i och med de olika sätten att välja Drucker-Pragerkriteriet finns det 6 olika plasticiteter som bygger på Drucker-Pragerkriteriet att använda vid en modellering i ABAQUS.

Om ”Cap” kriteriet väljs till innebär det att ytterligare två flytfunktioner tillkommer i flytkriteriet, en som representerar ”Cap” kriteriet och en övergångsfunktion som gör att en kontinuerlig flytyta bildas. Dessa två funktioner presenteras inte här då de skulle kräva en förklaring av flera nya ingångsparametrar, men deras utseende tillsammans med det linjära Drucker-Pragerkriteriet kan ses i Figur 6.6 och bildar då det ”Modifierade” Drucker-Pragerkriteriet.



Figur 6.6. Figuren visar det modifierade Drucker-Prager kriteriet, alltså att ”Cap” kriteriet valts till utöver Drucker-Prager kriteriet som i bilden representeras av det linjära kriteriet.

”Cap” funktionen hårdnar eller mjuknar på grund av volymetriska plastiska töjningar. Vid plastisk ihoptryckning av materialet hårdnar ytan och vid plastisk volymsökning som dilatationen, som sker då materialet flyter på grund av Drucker-Pragers

flytkriterium, mjuknar ”Cap” funktionen. Vidare är plasticiteten på grund av ”Cap”-funktionen associativ precis som plasticiteten för övergångsfunktionen.

6.2.2 Mohr-Coulomb

ABAQUS använder sig av Coulombs flytkriterium i ekvation (3.47) med ingångsparametrarna friktionsvinkeln, kohesionen och dilatationsvinkeln. Att friktionsvinkeln ges som ingångsparameter innebär att ekvation (3.49) används i flytvillkoret. Dilatationsvinkeln används inte i flytfunktionen utan bara i flödesfunktionen då icke associativ plasticitet används i ABAQUS. Kohesionen ges som en funktion av de plastiska töjningarna och genom detta kan ett isotropt hårdnande/mjuknande av materialet beskrivas. Om kohesionen bara ges vid noll plastiska töjningar kommer inget hårdnande/mjuknande av materialet att ske, vilket innebär att elastiskt-idealplastiskt material förutsätts.

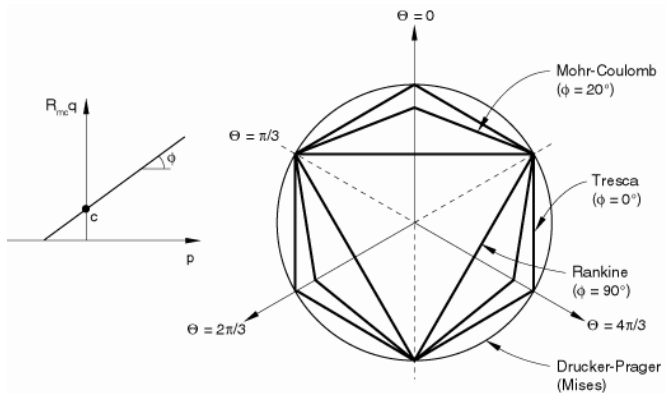
Genom att beskriva Mohr-Coulombs flytkriterium i tre olika spänningsinvarianter istället för huvudspänningarna erhålls ett uttryck som är enklare att behandla för datorn. De spänningsinvarianter som används har beskrivits i kapitel 3 tidigare och flytfunktionen uttrycks nu som

$$F = R_{MC}q - p \tan \varphi - c = 0 \quad (6.6)$$

där R_{MC} är ett mått Mohr-Coulombs deviatoriska spänningstillstånd och beräknas enligt

$$R_{MC} = \frac{1}{\sqrt{3} \cos \varphi} \sin\left(\Theta + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{3} \cos\left(\Theta + \frac{\pi}{3}\right) \tan \varphi \quad (6.7)$$

Figur 6.7 visar utseendet för flytfunktionen i ABAQUS och som kan ses har den samma form som i det generella fallet som togs upp i avsnitt 3.3.2. Denna bild visar också på hur friktionsvinkeln påverkar utseendet av funktionen i deviatorplanet. Om friktionsvinkeln är 0° kommer ett perfekt oktagonalt plan att bildas i deviatorplanet, detta motsvaras av ett flytfunktion som kallas Tresca (Ottosen och Ristinmaa, 1996). Då friktionsvinkeln väljs till 90° kommer en perfekt triangel att bildas som i sin tur motsvaras av Rankines flytkriterium, detta kan inte väljas i ABAQUS eftersom det skulle medföra att R_{MC} skulle bli oändligt stort. Figuren visar också en jämförelse med Drucker-Pragers flytkriterium som är helt runt.



Figur 6.7. Figuren visar utseendet av Mohr-Coulombs flytfunktion samt en jämförelse med några andra flytfunktioner (ABAQUS).

Då numerisk beräkning används kan, som tidigare nämnts, problem uppstå då okontinuerliga flödesfunktioner används, detta för att derivatan av flödesfunktionen inte alltid kan bestämmas entydigt. ABAQUS löser detta problem i sin Mohr-Coulomb modell genom att göra om flödesfunktionen då det ändå skulle vara icke associativ plasticitet. Flödesfunktionen är snarlik den hyperboliska flödesfunktion som används i Drucker-Pragers modell och ser ut enligt

$$G = \sqrt{(\varepsilon \cdot c_0 \tan \psi)^2 + (R_{MW} q)^2} - p \tan \psi \quad (6.8)$$

Även här står ε för excentriciteten och är den parameter som styr hur snabbt den hyperboliska funktionen ska närma sig sin asymptot och c_0 är kohesion som finns då inga plastiska töjningar uppkommit. R_{MW} är precis som R_{MC} ett mått på det deviatoriska spänningstillståndet, det ger dock en kontinuerlig elliptisk funktion som beräknas enligt

$$R_{MW} = \frac{4(1 - e^2) \cos^2 \Theta + (2e - 1)^2}{a} R_{MC} \left(\frac{\pi}{3}, \varphi \right) \quad (6.9)$$

där

$$a = 2(1 - e^2) \cos \Theta + (2e - 1) \sqrt{4(1 - e^2) \cos^2 \Theta + 5e^2 - 4e} \quad (6.10)$$

där Θ är den deviatoriska vinkeln, se avsnitt 3.2, och parametern e och funktionen R_{MC} bestämmer hur väl flödesytan ska passa med flytytan. Parametern e bestäms i default-valet enligt ekvation (6.11) medan $R_{MC}(\pi/3, \varphi)$ bestäms enligt ekvation (6.7) och kan då förkortas till

$$R_{MC}\left(\frac{\pi}{3}, \varphi\right) = \frac{3 - \sin \varphi}{6 \cos \varphi} \quad (6.11)$$

$$e = \frac{3 - \sin \varphi}{3 + \sin \varphi} \quad (6.12)$$

Mohr-Coulombplasticitet kan i ABAQUS bara användas tillsammans med vanlig linjärelastisk modell för beskrivning av den elastiska delen av den konstitutiva modellen. Detta medför att det i vissa fall kan vara bättre att använda någon annan plasticitet för att modellera jord i ABAQUS eftersom det då kan användas en elasticitetsmodell som stämmer bättre överens med jordens elastiska töjningar. Flytningen i jorden är inte heller helt oberoende av den mellersta huvudspänningen vilket medför att jorden inte följer Mohr-Coulombs flytkriterium exakt även om det stämmer bra.

6.3 Beräkningssteg

Eftersom ABAQUS är ett generellt FE-beräkningsprogram finns flera olika beräkningssteg som kan genomföras i en modellering i programmet. I alla modelleringar gör ABAQUS ett initialt steg där en jämvikt sätts upp, detta steg kan inte påverkas och alla element som finns med i hela modelleringen är med i jämvikten. För modellering av jord finns det dock bara två beräkningssteg, ett som kallas geostatiskt och ett som kallas kopplad flödes och spänningsanalys. I detta arbete kommer bara dessa två beräkningssteg att redovisas kortfattat.

I både det geostatiska beräkningssteget och det med kopplad flödes- och spänningsanalys finns det möjlighet att definiera porösa material, dessa kan vara både trefasmaterial, alltså jord, vatten och luft, och tvåfasmaterial bestående av jord och vatten eller luft. Om det finns vatten med i porerna kommer vattnet att ta upp en del av de tryckspänningar som bildas i materialet, därför beräknas alla spänningar i dessa steg, om materialen är porösa, som effektiva spänningar och det går inte att få de totala spänningarna i jorden. Detta innebär oftast inga problem eftersom det oftast är de effektiva spänningarna som efterfrågas vid geotekniska beräkningar.

6.3.1 Geostatiskt

Den geostatiska beräkningsanalysen används för att jämvikt ska erhållas med de laster och randvillkor som applicerats i början. Detta innebär att det används till att skapa de initiala spänningarna i jorden, men för att klara det måste det spänningstillstånd som finns i jorden vara nära jämvikten. I stora modeller kan detta innebära att ungefärliga initiala spänningar måste anges i jorden innan detta steg görs. Detta beräkningssteg

använder både frihetsgraderna för förskjutningar och för portryck om element med dessa frihetsgrader används.

6.3.2 Kopplad flödes- och spänningsanalys

Som namnet anger är detta en analys som görs kopplad mellan vattenflöde och töjningar-spänningar. Materialet kan vara ett enfasmaterial, vilket innebär en vanlig spänningsanalys, det kan också vara ett material med porerna fulla av vatten eller ett material med delvis vattenfyllda porer. Flödet kan beräknas som transient eller ”steady-state” och portrycket kan beräknas som totalt portryck eller som ”excess” portryck. Det går inte att få ut båda dessa i samma beräkning, då ”excess” portrycket fås genom att utesluta vattnets densitet.

Eftersom ABAQUS visar alla inkrement i utdata kan detta steg användas till att modellera jordens konsolidering under större laster om tiden för steget väljs på ett korrekt sätt, däremot om tiden inte väljs till någon reell tid kommer bara slutvärdet av steget att vara av intresse och då som den slutliga sättningen efter konsolideringen. Det ska nämnas att om krypning i jorden ska beaktas måste en materialmodell speciellt för detta väljas.

6.4 Element

När modellens geometri ska byggas upp i ABAQUS görs den i så kallade ”parts”, dessa ”parts” assembleras sedan ihop till den geometri som ska beräknas. Det är bara mellan dessa ”parts” som ytor uppstår om olika material läggs in i samma ”part” kommer de inte att få någon yta mellan sig eftersom nätet då görs med bara en nod längs linjens tjocklek. I ett sista steg innan beräkningen görs definieras nätet för olika ”parts”. I ABAQUS/CAE finns ingen funktion där element kan aktiveras och inaktiveras i modellen utan detta måste göras direkt i input-filen. När element inaktiveras här kommer deras frihetsgrader ändå att påverka beräkningen. Detta innebär att om några element inaktiveras måste även de få ett randvillkor för att undvika stelkroppsrörelse.

Programmet erbjuder linjära och kvadratiska kontinuerliga element som kan ha triangulär eller rektangulär form om en tvådimensionell analys görs. Det finns en mängd olika element som passar för olika analyser eftersom det är ett generellt program. För att modellera jorden krävs element med både förskjutningsfrihetsgrader och flödesfrihetsgrad. Dessa element är vid tvådimensionell analys alltid plan töjningselement och de rektangulära elementen kan fås med reducerad integration eller full integration.

I ABAQUS används i detta arbete inte balkelement utan likadana kontinuerliga element som för jorden används men utan frihetsgraden för vattenflödet. För att modellera staget används stagelement, även dessa finns både som linjära och kvadratiska.

6.5 Ytor och andra kopplingar mellan material

Även när det gäller ytor eller kopplingar mellan olika "parts" finns det flera olika modelleringsätt att välja mellan. Här tas bara de enklare som använts i detta arbete upp. De sätt att definiera ytor som används är, "Tie", "Coupling", "Connector" och "Interaction". Det kan nämnas att det möjligen finns kopplingar och ytor som passar bättre för ändamålet i ABAQUS men då tiden är begränsad har dessa använts.

"Tie" är ett sätt att binda ihop ytor så de är helt låsta till varandra, vilket görs genom att den ena ytans noder inaktiveras och den får de nodförskjutningar som den andra ytan har. "Coupling" är en annan koppling som innebär att noder aktiveras och får samma nodförskjutningar som en referensnod. Skillnaden ligger i att här kan flera noder kopplas till en referensnod. "Connector" är ett sätt att binda ihop två noders frihetsgrader, vilka av de olika nodernas frihetsgrader som binds ihop kan definieras på flera olika sätt. I detta arbete har bara det sätt som kallas balk använts, detta innebär att alla förskjutningar har samma värde i de båda noderna men inga rotationsfrihetsgrader har bundits till varandra.

"Interaction" är det sätt att definiera en yta som kan användas för att modellera glidning eller annan egenskap för ytan. Här kan egenskaper både för ytans normalbeteende och dess tangentiella beteende ges. I detta arbete har bara det tangentiella beteendet definierats, detta har gjorts med ett friktionsbeteende som kallas statisk-kinematisk exponentiell förminskning. Detta innebär att en statisk friktionskoefficient anges tillsammans med en kinematisk friktionskoefficient och en exponentialfaktor som styr övergången mellan dessa friktionskoefficienter.

6.6 Laster och randvillkor

Även för laster och randvillkor finns det en uppsjö att välja mellan men i detta arbete kommer bara randvillkor som beskriver förskjutningar och portryck används. Ges inget portryck och inget flöde över en utkant av modellen antar programmet att det inte finns något flöde över kanten. I ABAQUS finns möjligheten att definiera ett fält där någon variabel, som t ex temperaturen, är indataparameter.

7 Idealiserat fall

7.1 Bakgrund

För att få en större inblick i hur programmen fungerar innan modelleringen på referensobjektet genomförs en beräkning på ett enklare fall. Detta fall är ett fiktivt idealiserat fall med indata valda för att en så enkel beräkning som möjligt erhålls men att alla moment som finns i referensobjektet även finns med i det idealiserade fallet. I det idealiserade fallet har det valts att göra en slitmur med en stagnivå, två utgrävningsnivåer, en sänkning av grundvattenytan och bara ett jordlager.

Även en kraftigt idealiserad handberäkning för ett motsvarande fall redovisas. Handberäkningens syfte är främst att kunna göra en jämförelse av de olika metoderna för att visa på för- och nackdelar för FEM-modelleringen jämfört med handberäkning även i mindre avancerade fall av spontberäkningar och liknande.

I handberäkningarna beräknas bara spontens vertikalstabilitet, ingen beräkning av jordens släntstabilitet eller spontens/stagens hållfasthet görs. Inte bottenuppträckning av något slag eller grundbrott under slitmuren kontrolleras. Vid en dimensionering av en spont eller slitmur ska alla dessa olika brott kontrolleras (Fredriksson, Ryner och Stille, 1996) och alla dessa kan kontrolleras med en FEM-beräkning som grund men i detta arbete är inte alla brotten av intresse. Att FEM-program, såsom t ex Plaxis, fungerar bättre för släntstabilitet än vanliga beräkningsmetodprogram som Slope som använder sig av en lamellmetod har visats i tidigare arbeten (Wisén, 2001).

7.2 Indata

För att kunna modellera geotekniska fall med hjälp av FEM-beräkningar finns det främst två områden som är viktiga för resultatet. Dessa är jordens egenskaper och dess matematiska modellering samt det verkliga arbetsutförandet av den geotekniska konstruktionen. Att arbetsutförandet är viktigt beror inte bara på att varje steg måste ingå i modelleringen utan även för att arbetsutförandet i hög grad påverkar jordens egenskaper. Jordens egenskaper ändras ju t ex om jorden skulle vibrera väldigt kraftigt eller om den utsätts för vatten. Det är därför inte bara viktigt att veta alla tänkta steg för att bygga upp geokonstruktionen utan även de verkliga åtgärderna.

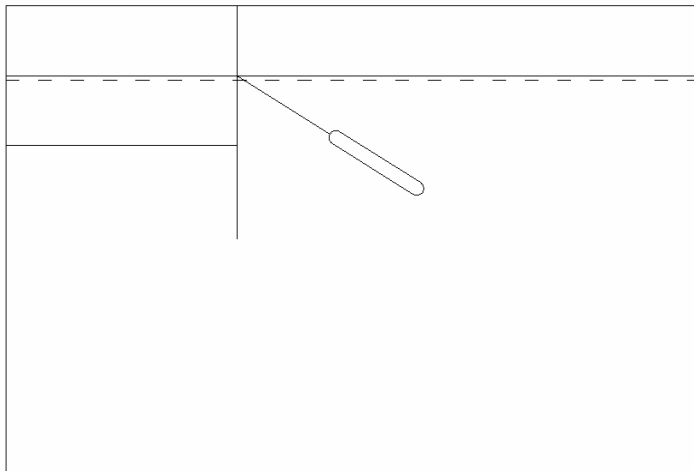
7.2.1 Jordmodell

I denna idealiserade jordmodell har ett jordlager med materialdata enligt Tabell 7.1 valts. Jordlagret har valts att vara 20 m tjockt med en grundvattennivå som ligger 3 m under jordytan, detta jordlager antas ligga direkt på impermeabelt berg.

Tabell 7.1. Tabellen visar valda värden på jordens parametrar.

Tunghet över grundvattenytan (kN/m ³)	18
Mättad tunghet (kN/m ³)	21
Permeabilitet (m/dag)	0,5
Elasticitetsmodul (kPa)	20 000
Tvärkontraktionstal	0,3
Kohesion (kPa)	2
Friktionsvinkel (°)	35
Dilatationsvinkel (°)	5

En 6 m djup och 20 m bred utgrävning ska göras i jordlagret. Utgrävningen stöds av en slitsmur på vardera sidan med en stagnivå 3 m ner i utgrävningen. Stagens riktning har en vinkel på ca 40° mot horisontalplanet och har en fri längd på 5,3 m medan staginfästningen som antas göras med injektering som även den är 5,3 m. Eftersom modellen har gjorts symmetrisk utnyttjas detta och bara en halva modelleras, vilket innebär att symmetrirov villkor sätts längs vänster sida. Modellen visas i Figur 7.1.



Figur 7.1. Figuren visar jordmodellen för det idealiserade fallet.

Staget består av stål och har antagits ha elasticitetsmodulen 210 GPa och tvärkontraktionstalet 0,3. Avstånden mellan stagen har satts till 1 m och arean på tvärsnittet till 2 cm², medan förspänningen har bestämts till 75 kN.

Slitsmuren består av betong med elasticitetsmodulen 35 GPa och med ett tvärkontraktionstal på 0,15. Densiteten för betongen har antagits till 2,4 ton/m³ vilket ger en tunghet på 24 kN/m³ och tjockleken på muren har antagits till 0,4 m. För att kunna modellera ytan på slitsmuren har en råhet (r) bestämts till 0,5. Råheten definieras enligt (Sällfors, 2001)

$$r = \frac{\tau_{\text{vidhäftning}}}{\tau_{fu}} = \frac{\tan \delta}{\tan \phi'} \quad (7.1)$$

där δ är mobiliserad friktionsvinkel mellan konstruktion och jord och ϕ' är inre effektiv friktionsvinkel.

7.2.2 Arbetsutförande

Det första som sker vid uppbyggnaden av schakten är att slitsmuren installeras. När detta är gjort schaktas det ut till stagnivån som ligger 3 m under ytan. Efter det installeras och förspänns stagen. Efter detta sänks grundvattenytan till schaktbotten, samtidigt som schaktningen ner till schaktbotten sker. Schaktbotten ligger 6 m under jordytan. Det tas ingen speciell hänsyn till att jorden skulle vibrera mycket eller blötas upp vid ett bygge motsvarande detta skulle jorden behöva täckas för att inte utsättas för regn. Felaktigheter uppstår även vid installeringen av slitsmuren eftersom jorden kring slitsmuren uppluckras och får lite andra egenskaper.

7.3 Beräkningar

I detta idealiserade fall kommer modellerna i de olika programmen att göras så lika som möjligt. Detta innebär bl a att Mohr-Coulombs jordmodell kommer att användas för att modellera jorden i alla tre programmen även om det finns mer avancerade modeller som kan användas. Det innebär även att bara en linjärelastisk modell kommer att användas för att modellera slitsmuren och stagen.

De olika programmen samt handberäkningen har olika sätt att ange indata, detta kräver att de antagna värdena för jordmodellen kan behöva räknas om till andra storheter eller bara till andra enheter. Hur detta görs redovisas i de kommande kapitlen för respektive program tillsammans med de för varje program specifika indata. Dessa kapitler kommer även att ta upp hur specifika saker modelleras i varje program.

7.3.1 Plaxis

7.3.1.1 Indata

Då jordmodellen definieras i Plaxis behöver inga omräkningar av indata göras då enheterna i Plaxis är desamma som vanligen används i geotekniska sammanhang. Det har valts att göra en dränerad analys då materialet har en relativt hög permeabilitet och konstruktionen kommer att ta relativt lång tid att utföra samtidigt som det inte finns några hinder för vattnet att passera ut genom modellens ytterkant.

Elasticitetsmodulen och tvärkontraktionstalet kan, i Plaxis, bytas ut mot den elasticitetsmodul som ges direkt vid ödometerförsök ($E_{\text{öd}}$) samt skjvmodulen (G_{ref}). Materialdata för ytor definieras tillsammans med materialdata för jorden, den enda data som kan sättas är råheten på ytan. Permeabiliteten för alla ytelement är 0 m/dag (Brinkgreve m fl, 2004).

Tabell 7.2. Tabellen visar alla indata för jordmodellen Mohr-Coulomb i Plaxis.

Materialtyp	Drained
Tunghet över grundvattenytan (kN/m ³)	18
Mättad tunghet (kN/m ³)	21
Permeabilitet x-led (m/dag)	0,5
Permeabilitet y-led (m/dag)	0,5
Elasticitetsmodul (kPa)	20 000
Tvärkontraktionstal	0,3
Kohesion (kPa)	2
Friktionsvinkel (°)	35
Dilatationsvinkel (°)	5
Ytor, R_{inter}	0,5

När egenskaperna för slitmuren ska anges behöver en del omräkningar göras. Istället för att ange tvärsnittsarean och elasticitetsmodulen var för sig multipliceras de ihop, detsamma gäller för böjstyvheten som är tröghetsmomentet multiplicerat med elasticitetsmodulen. Tröghetsmomentet beräknas som vanligt enligt

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (7.2)$$

där bredden (b) sätts till 1 eftersom beräkningen görs per längdmeter och höjden (h) är tjockleken på slitmuren.

Då styvheterna för slitmuren har angetts räknar Plaxis själv ut den ekvivalenta tjockleken på slitmuren, vilket kan vara bra för kontrollering av indata. Utöver dessa beräkningar måste även slitmurens areatunghet beräknas, vilket görs genom att densiteten multipliceras med slitmurens tjocklek. Som tidigare nämnts kommer slitmuren att modelleras som elastisk i alla programmen i ett första skede även om det går att ge den elastoplastiska egenskaper genom att definiera maximalt elastiskt moment och maximal elastisk normalkraft. Alla indata för slitmuren redovisas i

Tabell 7.3.

Tabell 7.3. Tabellen visar framräknade indata för slitsmuren i Plaxis.

Materialtyp	Elastisk
EA (kN/m)	1,4e7
EI (kNm ² /m)	1,867e5
Tjocklek d (m)	0,4
Areatunghet w (kN/m/m)	9,6
Tvärkontraktionstalet	0,15

Den fria längden av staget modelleras som ”node to node anchor” vilket innebär att staget läggs in som ett fjäderelement mellan två noder i jordmodellen och båda dessa noder kan utsättas för förskjutningar i två riktningar (u_x , u_y). Däremot finns ingen kontakt mellan jorden och stagens längdytor. För att modellera injekteringen i jorden används ”geogrid” vilket är ett element som bara kan ta drag och är till för att modellera t ex geotextilier. Detta element består av 5 noder om 15-nods jordelement används och 3 noder om 6-nods jordelement används, detta gör att elementet får en yta som angriper mot jorden vilket innebär att spänningarna på staget förs över längs hela materialytan. (Brinkgreve m fl, 2004)

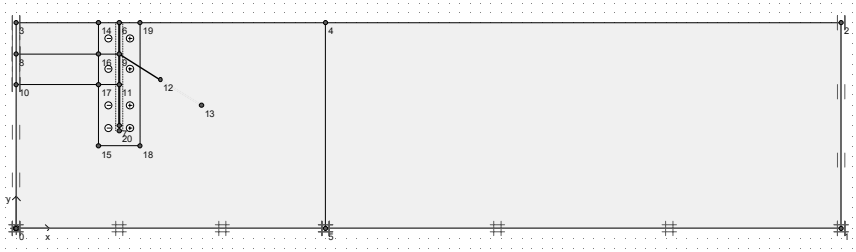
Då stagelement bara kan ta upp drag och tryck behöver bara styvheten och stagavståndet anges som indata för staget, medan det bara är draghållfastheten som behöver anges för injekteringen. Eftersom inget avstånd mellan injekteringen anges måste hållfastheten för injekteringen anges per stagavstånd, i detta fall per 1 m. Indata för staget och injekteringen anges i Tabell 7.4 nedan.

Tabell 7.4. Tabellen visar framräknade indata för staget och injekteringen i Plaxis.

	Stag	Injektering
Materialtyp	Elastisk	Elastisk
EA (kN)	4,2e4	4,2e4
Stagavstånd	1	--

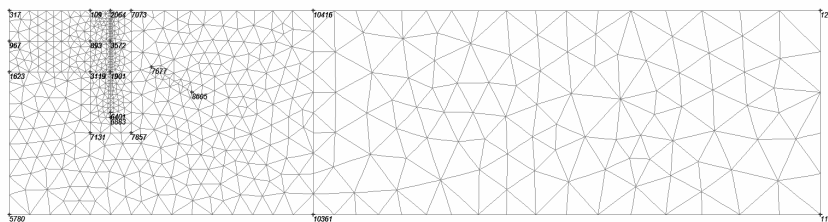
7.3.1.2 Geometri

Jordmodellens geometri kan ses i Figur 7.2, där visas även de randvillkor som valts för förskjutningarna. Förskjutningsrandvillkoren sätts så att ytterkanten är låst i x-led, botten är låst i både x- och y-led samtidigt som symmetrilinjen är låst i x-led. Detta bildar en låda och finns som standardalternativ i Plaxis. För att inte randvillkoren ska påverka beräkningen har modellen gjorts 80 m lång. Denna längd har valts efter att försök med kortare modelllängd hade gjorts.



Figur 7.2. Figuren visar geometrin och förskjutningsrandvillkoren för modellen i Plaxis.

Det globala elementnätet görs som ”fine” med förtätningar runt slitsmuren och med de rekommenderade 15-nodelementen (Brinkgreve m fl, 2004). Denna förfining görs genom att rita en geometriline 2 m runt om slitsmuren och i de områden som då bildas förfinas nätet. Nätet förfinas även kring injekteringen eftersom det där kommer att bli större spänningsändringar än i övriga modellen. Det använda elementnätet kan ses i Figur 7.3 nedan.



Figur 7.3. Figuren visar det nät som användes i Plaxis.

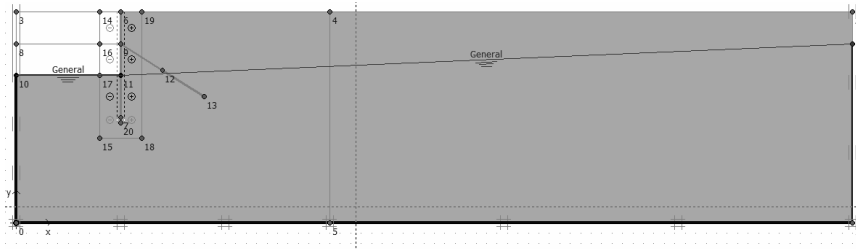
För att definiera de befintliga grundvattenförhållandena läggs en grundvattenyta 3 m under jordytan. Inga andra vattenförhållanden behöver definieras innan generering av porvattentryck med ”Phreatic level” görs. Detta innebär att portrycksgenereringen baseras på den generella grundvattenytan (Brinkgreve m fl, 2004).

När grundvattenförhållandena är genererade ska de spänningar som finns i jorden innan modelleringen börjar beräknas. Detta görs genom en K_0 -analys. K_0 -analys innebär att förhållandet mellan vertikalspänningarna och horisontalspänningarna enligt ekvation (4.7) utnyttjas. I denna analys har K_0 -värdet satts till 0,43 eftersom det är beroende av friktionsvinkel enligt ekvation (7.3) i normalkonsoliderade jordar. Resultatet av denna analys ger spänningar som ökar med djupet och att horisontalspänningarna är något mindre än vertikalspänningarna.

$$K_0 = 1 - \sin \varphi \quad (7.3)$$

Grundvattentillståndet ändras sedan i det sista av de beräkningssteg som modellerar uppbyggandet av geokonstruktionen. Detta genom att rita om grundvattenytan så den är tre meter från jordytan i ytterkant av modellen och ligger längs schaktbotten i

schakten, se Figur 7.4. För att ingen strömning ska ske över symmetrilinjen eller ner i det impermeabla berget läggs randvillkoret så att flödet ska vara noll längs dessa kanter. Efter detta görs en grundvattenberäkning för att beräkna porvattentrycken. grundvattenberäkningen innebär att grundvattenflödet beräknas i steady-state tillstånd.



Figur 7.4. Figuren visar randvillkoren för grundvattnet i det steg då den avlutande schaktningen görs.

7.3.1.3 Beräkningssteg

Plastiska beräkningssteg kommer att användas i 4 beräkningssteg för att modellera installationen av slitsmuren, schaktning, installering, förspänning av stagen samt sänkning av grundvattenytan. I det första steget aktiveras slitsmuren, i det andra inaktiveras de element som motsvarar schaktning till stagnivån, i det tredje aktiveras och förspänns stagen och i det fjärde sänks grundvattenytan till schaktbotten samtidigt som de element som motsvaras av schaktningen till botten inaktiveras.

Vid beräkning delas varje beräkningssteg in i mindre inkrementssteg där sedan en jämvikt itereras fram. Det maximala antalet sådana små steg har satts till 250 i varje beräkningssteg och för att inte ta upp för mycket utrymme på datorn sparas inte resultatet av dessa små steg då ett beräkningssteg har gått igenom. Då det inte är några avancerade jämvikter sätts de iterativa parametrarna till standardvalet. För att definiera lasterna (ändringarna i modellen) används ”Staged construction” i alla dessa fyra stegen.

7.3.2 Z-soil

7.3.2.1 Indata

I Z-soil finns möjlighet att bestämma vilka enheter som ska användas då ingångsparametrarna ska anges, i detta fall har samma system som finns i Plaxis valts. Att detta valts beror på att det är det som oftast används inom geotekniken och indata är vald med dessa enheter, vilket gör att inga omräkningar för att erhålla rätt enheter behöver göras. De indata som använts för jorden visas i Tabell 7.5. Utöver dessa finns i Z-soil möjligheten att ange flera ingångsparametrar för beräkningen av vattenflödet, dessa är vattnets kompressionsmodul och parametrar som påverkar saturationen i jorden. Alla dessa har fått behålla sina default-värden, vilket för vattnets

kompressionsmodul är $3,37 \cdot 10^{38}$ kPa. Detta eftersom vattnet är inkompressibelt men inte kan modelleras som helt inkompressibelt. Förhållandet mellan vertikalspänningar och horisontalspänningar (K_0) har här valts med hjälp av ekvation (7.3) precis som i Plaxis.

Tabell 7.5. Tabellen visar de ingångsparametrar som använts för att modellera jorden i Z-soil.

Materialmodell	Mohr-Coulomb
Tunghet över grundvattenytan (kPa)	18
”Void ratio”	0,429
Permeabilitet x-led (m/dag)	0,5
Pemeabilitet y-led (m/dag)	0,5
E-modul (kPa)	20 000
Tvärkontraktionstal	0,3
Kohesion (kPa)	2
Friktionsvinkel (°)	35
Dilatationsvinkel (°)	5
K_0 -värde	0,43

Slitsmuren har i Z-soil modellerats som en balk enligt rekommendationer (Z-soil user manuals, 2003) där denna balk har getts egenskaperna enligt Tabell 7.6. Avståndet mellan balkarna (a) sätts till 1 om balken är kontinuerlig ut ur planet, tvärsnittsarean (A) beräknas sedan som denna längd ut ur planet multiplicerad med tjockleken på slitsmuren. Samma tjocklek och höjd används när tröghetsmomentet (I) beräknas enligt ekvation (7.2). Den tvärsnittsarea och det tröghetsmoment som sedan används av Z-soil i beräkningen beräknas sedan av Z-soil enligt

$$A' = \frac{A}{a} \quad \text{och} \quad I' = \frac{I}{a} \quad (7.4)$$

Tabell 7.6. Tabellen visar ingångsparametrarna som använts för att modellera slitsmuren i Z-soil.

Materialmodell	Balk
E-modul (kPa)	$35 \cdot 10^6$
Tvärkontraktionstal	0,3
Tunghet (kN/m^3)	24
Avstånd ur planet mellan balkarna (m)	1
Tvärsnittsarea A_x (m^2)	0,4
Tvärsnittsarea A_y (m^2)	0,4
Tröghetsmoment (m^4)	$5,333 \cdot 10^{-3}$

När stagen fick sina ingångsparametrar behövde bara tvärsnittsarean beräknas om från enheten cm^2 till m^2 . I Z-soil anges förspänningen av stagen när de skapas i modellen, en annan skillnad från Plaxis är att förspänningen anges som en spänning inte som kraft. Eftersom förspänningen tidigare angavs som en kraft räknas den om till en spänning genom att dividera förspänningskraften med tvärsnittsarean på staget.

Tabell 7.7. Tabellen visar de ingångsparametrar som använts för att modellera staget och dess förspänning i Z-soil.

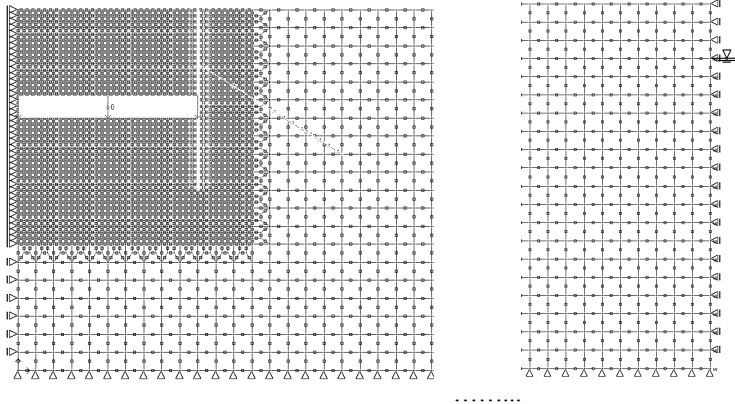
Materialmodell	Stång
E-modul (kPa)	$210 \cdot 10^6$
Tvärkontraktionstal	0,3
Avstånd ur planet mellan stagen (m)	1
Tvårsnittsarea (m ²)	$2 \cdot 10^{-4}$
Förspänning (kPa)	$375 \cdot 10^3$

I Z-soil styrs samverkan mellan jord och konstruktioner genom att ytan definieras med egna element som får en egen materialmodell. Denna materialmodell kan inte väljas utan är alltid elastoplastisk friktion mellan ytorna. Den elastiska delen som beror på materialens elasticitetsmodul och elementstorlekar behålls i defaultläge, medan vattenflödet genom ytan stoppas genom att göra ytan impermeabel. De plastiska parametrarna består av friktionsvinkeln, som sätts till 17°, kohesionen som sätts till 0 MPa och dilatationsvinkeln som även den sätts till 0°. Att friktionsvinkeln sätts till 17° beror på att råheten för ytan satts till 0,5, vilken enligt ekvation (7.1) ger denna friktionsvinkel. Kohesionen sätts till 0 eftersom en yta oftast inte kan ta upp dragspänningar, avsnitt 5.5.5. Dilatationsvinkeln väljs till 0° eftersom en yta inte kan dilatera.

7.3.2.2 Geometri

När modellen i Z-soil byggs upp får den samma utseende som i Plaxis, se Figur 7.2, men i Z-soil byggs hela geometrin genom att användaren ritar elementnätet. I Z-soil finns det firsidiga och triangulära element att välja mellan. I denna modell har bara de firsidiga elementen använts. Elementen i större delen av modellen har gjorts kvadratiska med en sidlängd på 1 m. I den del av modellen som innehåller schakten och slitmuren har sedan dessa element delats så det går nio små element på ett stort. Däremellan har funktionen för övergång mellan ett och tre element använts, se Figur 5.7.

Staget har gjorts som ett element och injekteringen av staget som 8 element. När balken som modellerar slitmuren läggs in blir balkelementen automatiskt lika långa som sidan på de element som ligger runt balken. Elementnätet och modellens geometri visas i Figur 7.5.



Figur 7.5. Geometrin för modellen som använts i Z-soil, har visas både meshen och randvillkoren för modellen. Mittendelen har plockats bort men ser likadan ut som den övriga modellen.

Modellen är låst i både x- och y-led i botten och i x-led för både ytterkanten och symmetrilinjen. Grundvattentillståndet fås genom att ett hydrostatiskt vattentryck läggs på noderna i ytterkanten. Detta hydrostatiska tryck är noll 3 meter ner i modellen och ökar sedan med djupet. När vattennivån sänks vid den sista schaktningen görs detta genom att det längs schaktbotten läggs vattentryck som är noll.

7.3.2.3 Beräkningssteg

Tabell 7.8 visar hur beräkningen i Z-soil görs för denna modell. Först görs ett ”initial state” steg för att beräkna de spänningar som finns i jorden innan modelleringen börjar. Sedan görs fem lastdrivna steg där själva simuleringen görs. I de två första av dessa tas hela steget i ett inkrement, detta kan göras då inga stora ändringar görs i modellen under denna tid. I det första av dessa steg installeras slitsmuren och i det andra genomförs schaktning till första schaktnivån.

Steg 4 och 5 görs med mindre inkrement för att uppnå konvergens utan alltför många iterationer. I det första av dessa installeras och spänns stagen upp. I det sista lastdrivna steget sänks grundvattenytan och schaktningen ner till schaktbotten modelleras. Modelleringen avslutas med en stabilitetsanalys som görs som en vanlig säkerhetsanalys där både friktionsvinkeln och kohesionen minskas.

Tabell 7.8. Tabellen visar de beräkningssteg som genomförs i modelleringen i Z-soil.

Nr	Beräkningssätt	Beräkningstyp	Start	End	Inkrement
1.	”Initial state”		0,5	1	0,1
2.	Tidsberoende	Lastdriven	1	3	1
3.	Tidsberoende	Lastdriven	4	6	0,2
4.	Stabilitet	Säkerhetsberäkning (ϕ - c)	1	3	0,1

7.3.2.4 Existensfunktioner

För att beskriva arbetsgången vid byggandet av schakten vid modellering i Z-soil används existensfunktioner. Dessa talar om under vilka beräkningssteg som elementen, lasterna eller randvillkoren ska finnas med i modellen. De existensfunktioner som använts i denna modellering redovisas i Tabell 7.9. Namnet förklarar till vilka element eller vilket randvillkor som existensfunktionen hör.

Tabell 7.9. Tabellen visar vilka existensfunktioner som använts vid modelleringen.

Nr	Namn	Existerar mellan beräkningssteg
1.	Balk	2-6
2.	Schakt till stagnivå	0-3
3.	Schakt till schaktbotten	0-5
4.	Stag	4-6
5.	Förspänning av stagen	4-5
6.	Kontinuitet för ytan mellan balk och jord	0-2
7.	Kontakt mellan balk och jord	2-6
8.	Kontakt mellan balk och jord vid schakt 1	2-3
9.	Kontakt mellan balk och jord vid schakt 2	2-5
10.	Vattenyta i schaktbotten	5-6

7.3.2.5 Lastfunktioner

När denna modell görs i Z-soil används tre lastfunktioner, se Figur 7.10, dessa används för att beräkningarna ska konvergera utan alltför många iterationer då bortschaktningen av jorden och förspänningen av stagen modelleras. Som tidigare nämnts gör programmet linjär interpolation mellan de definierade punkterna.

Tabell 7.10. Tabellen visar de lastfunktioner som används vid modelleringen i Z-soil

Nr		Punktnummer	Beräkningssteg	Funktionens värde
1.	Schakt till stagnivå	1	0	1
		2	2	1
		3	3	0
2.	Schakt till schaktbotten	1	0	1
		2	4	1
		3	5	0
3.	Förspänning av stagen	1	0	0
		2	4	0
		3	5	1

7.3.3 ABAQUS

7.3.3.1 Indata

Vid modellering i ABAQUS anges inga enheter utan användaren bestämmer själv vilka enheter som ska användas till varje indataparameter. Det är dock viktigt att hålla sig till samma enhetssystem i hela uppbyggnaden av modellen. I detta fallet har det valts att använda SI-systemet för att undvika enhetsfel i beräkningen. Detta val kräver dock en del omräkningar av enheter från de indata som anges i avsnitt 7.2. Alla jordens ingångsparametrar som valts anges i Tabell 7.11, övriga materialparametrar antas som defaultvärden. Permeabiliteten ska anges som en funktion av portalet och kohesionen som en funktion av den plastiska töjningen.

Kohesionen anges bara då inga plastiska töjningar uppkommit vilket innebär att kohesionen är konstant trots plastiska töjningar alltså en elastisk-idealplastisk jordmodell. Permeabiliteten anges bara vid det portal som jorden har innan belastningen vilket innebär en konstant permeabilitet vid belastning av jorden. Det initiella portalet kan inte anges i ABAQUS/CAE utan får anges i inputfilen. Portalen är porernas volym dividerad med den fasta substansens volym (Sällfors, 2001), med hjälp av bl a definitionen på porositet och sambandet mellan porositeten och portalet kan portalet beräknas enligt

$$e = \frac{1}{\frac{\rho_{H_2O}}{\rho_{sat} - \rho_{unsat}} - 1} \quad (7.5)$$

där ρ_{H_2O} är densiteten för vatten

ρ_{sat} är jordens blöta densitet

ρ_{unsat} är jordens torra densitet

Tabell 7.11. Tabellen visar de ingångsparametrar som använts för att modellera jorden i ABAQUS.

Densitet (kg/m ³)	1800
Elasticitetsmodul (Pa)	2*10 ⁷
Tvärkontraktionstal	0,3
Friktionsvinkel (°)	35
Dilatationsvinkel (°)	5
Kohesion (Pa)	2*10 ³
Permeabilitet (m/s)	5,787*10 ⁻⁶
Vattnets tyngd (Pa)	10*10 ³
Portal	0,429

Eftersom betongen modelleras som en kontinuerlig yta i modellen behöver inget tröghetsmoment eller area anges för betongen i ABAQUS som i de båda andra programmen. Det finns modeller för att modellera betong som plasticerar i ABAQUS men ingen plasticitet har definierats för betongen eftersom detta inte gjorts i de andra

programmen och tiden inte funnits för att sätta sig in i hur dessa modeller fungerar. Alla indataparametrar som valts för att modellera betongen i ABAQUS redovisas i Tabell 7.12 nedan. Övriga parametrar har defaultvärde.

Tabell 7.12. Tabellen visar de ingångsparametrar som använts för att modellera betongen i ABAQUS.

Densitet (kg/m ³)	2400
Elasticitetsmodul (Pa)	3,5*10 ¹⁰
Tvärkontraktionstal	0,15

De ingångsparametrar som valts för att modellera staget redovisas i Tabell 7.13 nedan, här kan ses att staget getts en temperaturutvidgningskoefficient (α) och en area. Arean måste anges då staget inte har samma utbredning som jorden och betongen ur planet. Temperaturutvidgningskoefficienten har lagts till för att förspänningen av stagen ska kunna modelleras. Det finns ingen funktion för förspänning av stagen utan i ABAQUS görs detta genom att en temperaturutvidgningskoefficient definieras och sedan ändras temperaturen genom att definiera ett fält som får en temperaturändring (ΔT). Spänningen i staget beräknas enligt

$$\sigma = \alpha E \Delta T \quad (7.6)$$

Tabell 7.13. Tabellen visar de ingångsparametrar som använts för att modellera stagen i ABAQUS.

Elasticitetsmodul (Pa)	2,1*10 ¹¹
Tvärkontraktionstal	0,3
Temperaturutvidgningskoefficient (1/°C)	1,786*10 ⁻⁴
Area (m ²)	2*10 ⁻⁴

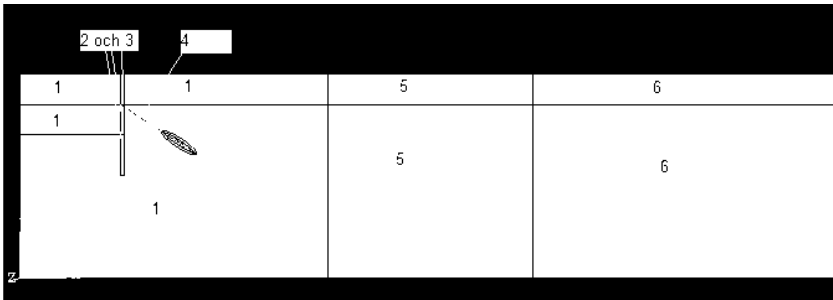
Ytan mellan jorden och betongen har modellerats med en statisk-kinematisk friktion där övergången från den statiska (μ_s) till den kinematiska friktionskoefficienten (μ_k) sker med exponentiell form. I beräkningsförutsättningarna har bara en friktionsvinkel för ytan definierats genom ytans råhet, därför sätts den kinematiska friktionskoefficienten till nästan samma värde som den statiska. Att den bara sätts till nästan samma värde som den statiska friktionskoefficienten är för att dessa, av okänd anledning, måste vara olika beräkningen. Den statiska friktionskoefficienten beräknas enligt ekvation (3.49) och fås då till 0,31 medan den kinematiska sätts till 0,29, inga andra egenskaper ges för ytan.

7.3.3.2 Geometri

För att det ska bildas en yta som kan modelleras med olika egenskaper krävs att de olika delarna modelleras i olika avgränsade delar som i programmet kallas ”parts”, därför måste en slits göras där slitsmuren senare ska aktiveras i den part som modellerar jorden (part 1). Denna slits måste innehålla en part som består av jord (part 2) i det steg där de initiala spänningarna i jorden skapas. Part 2 låses till part 1 med kommandot ”Tie”. Slitsmuren modelleras som part 3 och har egenskaperna mot part 1 enligt avsnitt 6.3.3.1 ovan. Staget modelleras som part 4 och låses mot

slitsmuren med kommandot ”Coupling”, detta innebär att det bara är låst i en nod vilket kommer att medföra stora spänningskoncentrationer kring denna nod. Injekteringen av staget har modellerats genom att staget fästs till 16 noder runt injekteringens mittpunkt med kommandot ”Connector” som getts balkegenskaper. Detta sätt att modellera staget innebär att stagets nodförskjutningar överförs på de 16 noder som det är kopplat mot, dessa noder ligger så de bildar en ellips med största avstånd till injekteringens start och slut runt stagets ändnod.

Den femte och sjätte parten består av jord och har lagts dit för att inte randvillkoret längs ytterkanten ska påverka resultatet i modellen. Att dessa parter inte ligger inne i part 1 beror bara på att modellen inte skulle bli för stor och därmed ta lång tid att beräkna innan alla andra data hade bestämts. Delarna är låsta till varandra och till part 1 med hjälp av kommandot ”Tie”. Alla parter och dess nummer visas i Figur 7.6 nedan.



Figur 7.6. Figuren visar utseende av modellen i ABAQUS. Den visar även vilka olika delar som modellerats i varje part.

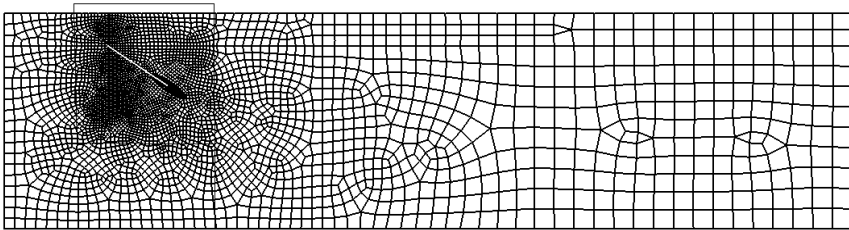
Det är bara en last som lagts på modellen och det är tyngdkraften och den har lagts över hela modellen utom på staget då dess lilla utbredning i djupet gör att dess tyngd kan försummas. De randvillkor som satts för förskjutningarna i själva modellen är en låsning i båda förskjutningsfrihetsgraderna i botten på modellen och låsning av symmetrilinjen och kantlinjen i x-led. Utöver dessa har randvillkor för att inte inaktiverade delar av modellen ska få en stelkroppsrorelse getts. I det steg där slitsmuren installeras har ett randvillkor som innebär en stelkroppsförskjutning av slitsmuren med lika mycket som jorden deformerades i botten på slitsen under det steg där de initiella spänningarna genererades skapats. Detta för att slitsmuren ska sänkas ner i jorden och inte jorden resa sig upp i slitsen.

Portrycken har skapats genom att två olika randvillkor skapats, det ena 3 m ner i modellen längs höger kant och det andra 3 m ner längs vänster kant och båda har fått ett portrycksvärde som är noll. Dessa båda genererar sedan en grundvattenyta som ligger 3 m under jordytan i modellen. När den sista schakten ner till botten av schaktnivån sker inaktiveras det vänstra av portrycksrandvillkoren och ett nytt som ligger längs hela schaktbotten aktiveras, även detta har portrycket noll.

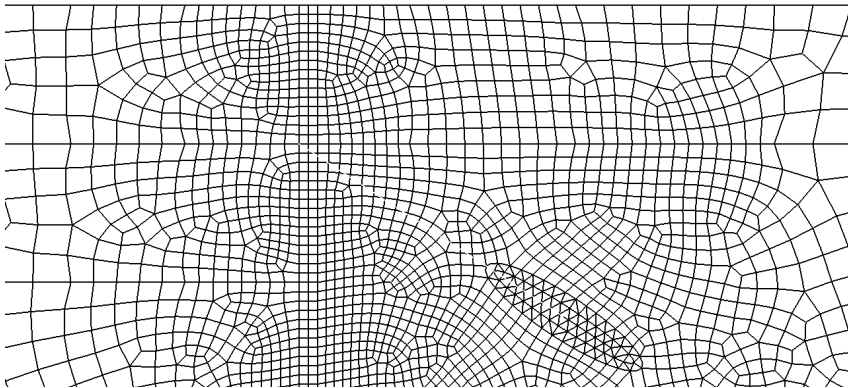
I modellen har element som har både förskjutningsfrihetsgrader och vattenflödesfrihetsgrader använts i jorden, dessa finns bara som plan töjningselement om

modellen görs i två dimensioner. För att modellera betongen i slitsmuren användes vanliga plan töjningselement, detta för att det ändå inte skulle vara någon strömning av vatten genom betongen. Alla dessa element är kvadratiska men både fyrsidiga och triangulära element används för att erhålla ett elementnät där inga element har för stora eller för små vinklar i hörnen, om de skulle ha det kan det uppstå beräkningsproblem. Slitsmuren har fått två rader av element och elementen har näst intill kvadratisk form för att ge bästa beräkningsresultat. Även kring stagets infästning i jorden har elementen gjorts små och här används triangulära element för att klara av att få hörnen inom gränserna. Det är även på grund av denna del av modellen som fyrsidiga element valts i modellen då här finns ovala former. Som Figur 7.7 visar har modellen fått betydligt större element i kanten, dessa har sidor upp mot 2 m.

a)



b)



Figur 7.7. Figuren visar elementnätet som använts vid modelleringen i ABAQUS. I figur a) visas elementnätet i hela modellen medan b) visar elementnätet för rutan i a).

7.3.3.3 Beräkningssteg

För att genomföra modelleringen i ABAQUS används sju beräkningssteg. Det första är det initialsteg som ABAQUS alltid inleder en modellering med, de andra består av ett generellt statiskt beräkningssteg, ett geostatiskt beräkningssteg och fem där den kopplade flödes- och spänningsanalysen används. Nedan kommer alla beräkningsstegen att tas upp i tur och ordning, deras inställningar och vad som görs i dem redovisas också.

Det första beräkningssteget används bara för att inaktivera de element som inte ingår i jorden då initialspänningarna ska beräknas, alltså konstruktionerna slitmuren och staget. Detta görs med ett generellt statistiskt beräkningssteg där alla inställningar har behållits i defaultläge och beräkningen görs i ett enda inkrement, vilket kan göras då inga laster appliceras i detta steg. Inaktivering av element kan inte göras i ABAQUS/CAE utan det måste göras i input-filen och görs med kommandot "model change". Kommandot tar inte bort elementen helt utan de finns med i beräkningen men utan någon koppling till de andra elementen, detta gör att varje grupp av element som inaktiveras måste ha egna randvillkor som gäller medan de är inaktiva.

Det beräkningsteg som skapar initialspänningarna och de portryck som finns i jorden innan modelleringen startar är det geostatiska beräkningssteget. Detta kan inte tas i mer än ett inkrement och alla inställningar i detta steg görs i defaultläge. Att initialspänningarna inte genereras innan själva modellen görs innebär att de deformationer som sker i detta beräkningssteg följer med i den övriga beräkningen. Detta kan leda till beräkningsproblem om stora sättningar uppstår i detta steg eftersom beräkningen görs som en andra ordningens beräkning vilket innebär att bara små deformationer tillåts. Om deformationerna blir för stora i detta steg kan det lösas genom att en beräkning med bara detta beräkningssteg görs först och de uppkomna spänningarna används som indata i en ny modell med ett nytt elementnät. Även om deformationerna är så små att beräkningen kan göras ska det noteras att dessa deformationer måste tas bort från beräkningsresultatet innan resultatet presenteras.

Alla kopplade flödes- och spänningsberäkningar görs med "steady-state" analys och med ett första inkrement med storleken 0,1 av det totala steget. Alla övriga parametrar har hållits kvar i defaultläge. I det första av dessa beräkningssteg aktiveras slitmuren samtidigt som jorden som finns på motsvarande ställe inaktiveras, allt detta görs med "model change" i inputfilen. Samtidigt inaktiveras det randvillkor som gjort så att slitmuren inte utsatts för några stelkroppsrörelser. Som tidigare nämnts förs slitmuren till rätt plats i jorden med ytterligare ett randvillkor. Slitmurens alla ytor utom bottenytan är även inställda så de börjar gälla i detta beräkningssteg, bottenytan aktiveras inte förrän i nästa beräkningssteg för att jorden i botten av slitsen inte ska börja närma sig slitsen istället för tvärtom.

I det andra kopplade flödes- och spänningsberäkningssteget modelleras utgrävningen till stagnivån genom att jorden i denna del av modellen inaktiveras med hjälp av "model change", trots att jorden är borttagen tas inte ytan mellan jorden och slitmuren bort automatiskt utan denna måste också inaktiveras. Inaktiveringen av en yta kan dock göras i ABAQUS/CAE.

I nästa beräkningssteg aktiveras staget med "model change" detta aktiverar automatiskt de infästningar som använts till att modellera stagets infästning i jorden och betongen. I detta beräkningssteg ska även staget spännas upp, som nämnts tidigare görs detta genom en temperaturminskning. Om inga deformationer av modellen skett skulle temperaturminskningen kunnat beräknas genom ekvation (7.6), nu har dock relativt stora deformationer uppstått under det geostatiska beräkningssteget och det beräknade värdet ger bara en fingervisning av hur mycket temperaturen ska minskas i staget. För att få fram den korrekta temperatursänkningen som ger en spänning som är 375 MPa krävs det att man provar sig fram genom att

köra modellen med en temperaturändring först och sedan en annan fram tills rätt spänning erhålls.

I det sista steget inaktiveras jordelementen ovanför schaktbotten för att simulera den sista schaktningen. Även nu måste ytan mellan jorden och betongen i slitsmuren inaktiveras för sig. I detta steg ändras även det vänstra av porttrycksrandvillkoren enligt avsnitt 7.3.3.2. Modelleringen i ABAQUS är nu klar och då det inte finns något sätt att beräkna en säkerhetsfaktor i detta program avslutas modelleringen här.

7.3.4 Handberäkning

För att kunna genomföra en handberäkning av sponten behövs inte lika många materialparametrar för jorden som erfodras för FEM-beräkningarna. De indata som används för att genomföra handberäkningen redovisas i Tabell 7.14 och geometrin som används är den som visas i Figur 7.1. Beräkningen måste göras för två olika skeden av arbetsutförandet, först efter att schakten till stagnivån skett och sedan då staget installerats och schaktning ner till bottennivån har gjorts.

Tabell 7.14. De materialparametrar som används för att göra en handberäkning av slitsmuren.

Tunghet ovan grundvattenytan (kPa)	18
Mättad tunghet (kPa)	21
Friktionsvinkel (°)	35
Kohesion (kPa)	2
Råhet	0,5

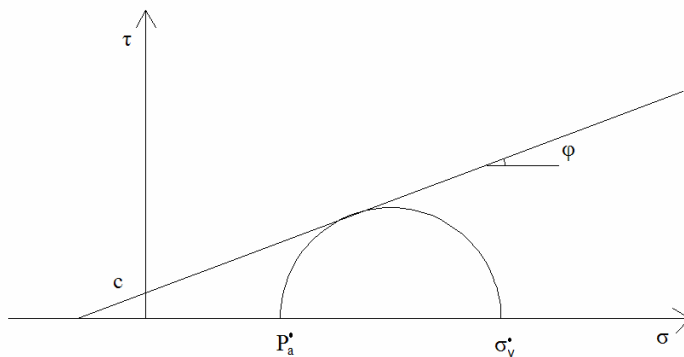
Att trycket mot slitsmuren beror på initialspänningarna i jorden visas i avsnitt 7.3.4.1 nedan. Initialspänningarna i beräkningarna redovisas i Tabell 7.15. Beräkningen av slitsmuren då schaktningen gjorts till stagnivån redovisas i avsnitt 7.3.4.2 och beräkningen då schaktningen gjorts till schaktbotten redovisas i avsnitt 7.3.4.3.

Tabell 7.15. Initialspänningarna i jorden.

Djup	Vertikalspänningar σ_v (kPa)	Porvattentryck σ_w	Effektivspänningar σ'_v
0	0	0	0
3	54	0	54
6	117	30	87
10	201	70	131

7.3.4.1 Klassisk jordtrycksteori

I klassisk jordtrycksteori används Mohrs antagande om flytytans läge, förklarat i kapitel 3.3.3. Om Figur 3.13 roteras ett halvt varv fås figur 7.8 och om ekvation (3.61) används innebär det vad som i jordtrycksteorin kallas aktivt jordtryck. Aktivt jordtryck kan förklaras genom att tänka sig ett jordelement en bit ner i jorden med en glatt yta på slitsmuren. En glatt yta innebär att ingen friktion mellan jorden och konstruktionen uppstår. Detta kan i många fall vara en lite grov uppskattning och ett sätt att ta hänsyn till ytans råhet kommer att beskrivas senare. Jordelementet ligger i den högra delen av modellen och har från början vertikalspänningen σ_v och horisontalspänningen $\sigma_h = K_0 * \sigma_v$, enligt ekvation (4.7). När schaktningen sedan görs kommer horisontalspänningarna att minska eftersom jorden kan flytta sig lite i horisontalled.



Figur 7.8. Figuren visar Mohrs cirkel vid aktivt brott.

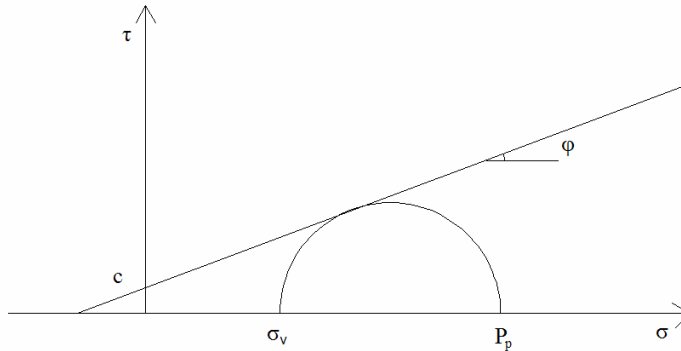
När horisontalspänningarna minskar kommer Mohrs cirkels radie att öka tills Figur 7.8 uppnåtts. I Figur 7.8 har horisontalspänningarna minskat så mycket att Mohrs cirkel når brottsenvelopen uppstår brott i jorden. Brottet innebär att horisontalspänningarna inte kan öka (utan att det sker hårdnande plasticitet), vilket innebär att de deformationer som nu uppkommer sker utmed det brottsplan som antogs i ekvation (3.61). Den horisontalspänning som nu uppkommit kallas det aktiva jordtrycket, för att beräkna det aktiva jordtrycket kan ekvation (7.7) ställs upp ur Figur 7.8.

$$\sin \varphi = \frac{(\sigma_v - p_a) / 2}{(\sigma_v + p_a) / 2 + c \cot \varphi} \quad (7.7)$$

Denna ekvation kan sedan förenklas till

$$P_p = \sigma_v \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (7.8)$$

Om initialhorizontalspänningarna istället skulle ökas, motsvarande att jorden trycks tillbaka av slitmuren, kommer Mohrs spänningscirkel först att minska och sedan öka fram tills Figur 7.9 uppnås. I Figur 7.9 har brottsenvelopen nåtts och inga ytterligare spänningar kan uppstå (utan att det sker hårdnande plasticitet), de spänningar som nu finns i horisontalled kallas passivt tryck. De deformationer som nu uppstår kommer att ske längs en yta definierad enligt Mohrs antagande om flytytans läge i ekvation (3.63).



Figur 7.9. Figuren visar Mohrs cirkel vid passivt brott.

Med hjälp av Figur 7.9 kan det passiva jordtrycket beräknas som

$$\sin \varphi = \frac{\left(\frac{p_p - \sigma_v}{2}\right)}{\left(\frac{p_p + \sigma_v}{2}\right) + c \cot \varphi} \quad (7.9)$$

Ekvation (7.9) kan sedan förenklas på samma sätt som ekvation (7.7) men istället erhålls

$$p_p = \sigma_v \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) + 2c \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (7.10)$$

Ekvationerna (7.8) och (6.10) kan därmed beräkna trycket mot en konstruktion om antagandet att ingen friktion mellan konstruktionens yta och intilliggande jord uppstår och då inget vatten påverkar trycket på konstruktionen. För att erhålla ett sätt att ta hänsyn till friktionen mellan konstruktionens yta och omkringliggande jord används jordtryckscoefficients. För en glatt konstruktion beräknas de enligt

$$K_A = \tan^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (7.11a)$$

$$K_{AC} = 2 \tan\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (7.11b)$$

$$K_p = \tan^2\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (7.11c)$$

$$K_{pC} = 2 \tan\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (7.11d)$$

men för konstruktioner med en råhet hämtas dessa ur diagram där friktionen och konstruktionens råhet används som ingångsdata (Sällfors, 2001).

Då sponten eller slitsmuren är tät, så att vatten inte rinner fritt igenom den, måste den dimensioneras så att den även kan hålla emot det uppkomna vattentrycket. Detta görs enklast genom att även lägga på vattentrycket på det jordtryck som ska användas, vilket tillsammans med ekvationerna i (7.11) ger

$$p_a = \sigma_0 \cdot K_A - 2c \cdot K_{AC} + \sigma_w \quad (7.12)$$

$$p_p = \sigma_0 \cdot K_p + 2c \cdot K_{pC} + \sigma_w \quad (7.13)$$

Om vattentrycket (σ_w) beräknas som det hydrostatiska vattentrycket blir detta uttryck en stor förenkling vid beräkning av sponter och slitsmurar där grundvattenytan ligger över schaktbotten och vatten strömmar in i schakten. Detta eftersom vattentrycket måste vara kontinuerligt, alltså lika stort på båda sidor i underkanten av sponten eller slitsmuren, kommer vattentrycket på aktivsidan att vara mindre än det hydrostatiska trycket medan det på passivsidan kommer att vara större än det hydrostatiska trycket. Formlerna kan alltså användas vid beräkning av sponter och slitsmurar men kommer att bidra till en överskattning av konstruktionens längd om det hydrostatiska trycket används för att beskriva vattentrycket mot sponten eller slitsmuren.

Denna överskattning motverkas genom att vertikalspänningarna på passivsidan minskar då strömningen är uppåtriktad och därmed bidrar till att ”hjälpa” jorden att bära upp sin egen tyngd. Motsvarande sker på aktivsidan där den nedåtriktade strömningen ökar vertikalspänningarna i jorden och därmed ökar trycket mot sponten eller slitsmuren. På passivsidan tas ibland hänsyn till detta genom att beräkna en fiktiv densitet för jorden på passivsidan av sponten eller slitsmuren (Avén, 1984).

För att beräkna erforderlig längd på sponten eller slitsmuren samt beräkna vilka stagkrafter som uppkommer används jämviktsekvationer, momentekvation ger djupet och horisontell kraftekvation ger vilken stagkraft som kan tänkas uppkomma. Då sponten eller slitsmuren har en råhet eller då staget inte är horisontellt är det även viktigt att kontrollera dess vertikalstabilitet.

7.3.4.2 Kontroll vid schakt till stagnivå

För att beräkna jordtrycken krävs först att jordtryckskoefficienterna bestäms. Eftersom slitsmuren har antagits ha en råhet, som antagits till 0,5, används diagram

för att få fram jordtryckscoefficienterna. Ingångsparametrar till dessa diagram är $\tan(\varphi)$ och råheten, i vårt fall gäller:

$$\tan \varphi = \tan 35^\circ = 0,7 \quad \text{och} \quad r = 0,5 \quad (7.14)$$

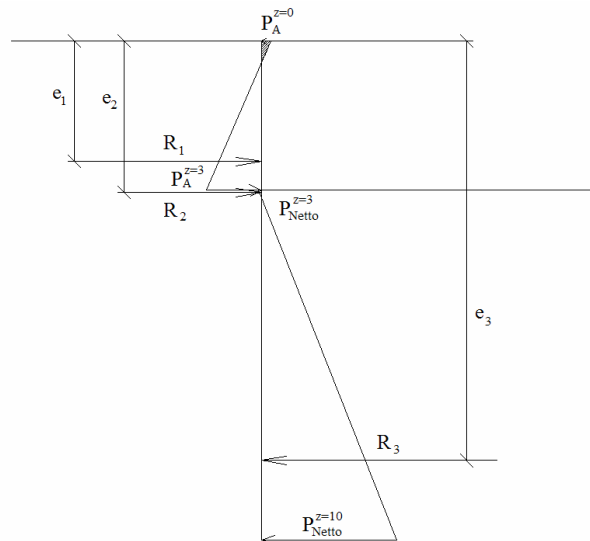
vilket ger (Sällfors, 2001)

$$K_A = 0,24, \quad K_{AC} = 1,0, \quad K_P = 6,1, \quad K_{PC} = 5,2 \quad (7.15)$$

Då dessa jordtryckscoefficienter används i ekvation (7.12) och (7.13) erhålls jordtrycken i Tabell 7.16 mot slitsmuren. Nettojordtrycket som även det redovisas i Tabell 7.16 är passivjordtrycket subtraherat med aktivjordtrycket och är det som används för beräkning av erforderlig längd på slitsmuren. Eftersom jordtrycken ökar linjärt kan jordtrycksfördelningen i Figur 7.10 ritas upp.

Tabell 7.16. Tabellen visar de beräknade jordtrycken mot slitsmuren då schakten är nere på stagnivån.

Djup z (m)	Aktivt jordtryck P_A (kPa)	Passivt jordtryck P_p (kPa)	Nettojordtryck P_{Netto} (kPa)
0	-2	---	---
3	11	10	-1
10	99	550	451



Figur 7.10. Figuren visar jordtrycksfördelningen mot slitsmuren då schakten utförts till stagnivån.

För att beräkna om slitsmuren är tillräckligt djupt nerdriven används en momentjämvikt kring slitsmurens topp, denna momentekvation används även då spontens djup ska bestämmas vid dimensionering av en spont eller slitsmur. För att kunna göra denna momentjämvikt räknas jordtrycket om till tre resultanter, att ingen resultant beräknas för det negativa aktiva jordtrycket i toppen på slitsmuren beror på att detta jordtryck beror på kohesionen mellan slitsmuren och jorden. Denna kohesion kan lätt försvinna enligt resonemanget i kapitel 3.6. Avstånden från resultanten till ytan kan lätt beräknas eftersom resultanten av en triangulär last hamnar i triangelns tyngdpunkt. Resultanterna och deras avstånd från ytan redovisas i Tabell 7.17.

Tabell 7.17. Tabellen visar resultanterna av jordtrycket och dess avstånd från jordens yta.

Resultantens beteckning	Resultantens värde (kN)	Resultantens djup (m)
R ₁	14	2,15
R ₂	0	3,00
R ₃	1579	7,77

Om slitsmuren är tillräckligt långt nerdriven för att ge horisontalstabilitet ska

$$R_1 \cdot e_1 + R_2 \cdot e_2 < R_3 \cdot e_3 \quad (7.16)$$

gälla. Ekvationen bygger på en momentjämvikt kring toppen på slitsmuren. Med värden ur Tabell 7.17 insatta erhålls

$$14 \cdot 2,15 + 0 \cdot 3,00 = 30 \ll 1579 \cdot 7,77 = 12158 \quad (7.17)$$

Resultatet av denna beräkning blev det väntade, att slitsmuren har tillräckligt nerdrivningsdjup för att klara schakt till stagnivån.

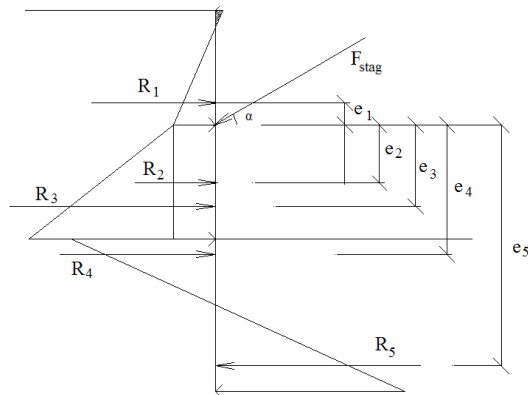
7.3.4.3 Kontroll vid schakt till schaktbotten

Denna beräkning genomförs på liknande sätt som kontrollen vid schakt till stagnivån enligt avsnitt 7.3.4.2 ovan därför redovisas vissa delar lite mer kortfattat här. I denna beräkning tillkommer problemet med strömmande vatten. Att vattnet strömmar kommer inte att tas med i beräkningen, vilket är brukligt vid dimensionering av sponter (Fredriksson, Ryner och Stille, 1996). Detta kommer, som tidigare nämnts, att överskatta nerdrivningsdjupet.

Då inget har ändrat råheten i slitsmuren från den föregående beräkningen används jordtryckskoefficienterna ur ekvation (7.15). Detta tillsammans med initialspänningarna enligt Tabell 7.16 ger jordtrycken i Tabell 7.18 som används för att rita upp jordtrycksfördelningen i Figur 7.11.

Tabell 7.18. Tabellen visar de beräknade jordtrycken mot slitsmuren då schakten är nere på schaktbotten.

Djup z (m)	Aktivt jordtryck P_A (kPa)	Passivt jordtryck P_p (kPa)	Nettojordtryck P_{Netto} (kPa)
0	-2	---	---
3	11	---	---
6	49	10	-38
10	99	319	220



Figur 7.11. Figuren visar jordtrycksfördelningen mot slitsmuren då schakten utförts till schaktbotten

För att beräkna om slitsmuren är tillräckligt djupt nerdriven används en momentjämvikt kring staginfästning,

$$R_2 \cdot e_2 + R_3 \cdot e_3 + R_4 \cdot e_4 < R_1 \cdot e_1 - R_5 \cdot e_5 \quad (7.18)$$

och för att beräkna kraften i staget används en kraftjämvikt i x-led.

$$F_{stag} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 - R_5}{\cos \alpha} \quad (7.19)$$

För att kunna beräkna denna momentjämvikt räknas jordtrycket om till resultanter, inte heller nu används det negativa aktiva jordtrycket i toppen på slitsmuren. Avstånden från resultanten till ytan kan lätt beräknas eftersom resultanten av utbredd last hamnar i lastens tyngdpunkt. Resultanterna och deras avstånd från ytan redovisas i Tabell 7.19.

Tabell 7.19. Tabellen visar resultaten av jordtrycket och dess avstånd från jordens yta.

Resultantens betäckning	Resultantens värde (kN)	Resultantens djup e (m)
R ₁	14	0,85
R ₂	33	1,5
R ₃	57	2
R ₄	9	3,45
R ₅	46	5,45

Resultanterna och deras avstånd i Tabell 7.19 kan beräknas och då blir vänsterledet 193 kNm och högerledet 263 kNm vilket innebär att slitsmuren är tillräckligt lång. Stagkraften kan nu beräknas med ekvation (7.19) där vinkeln α är given i avsnitt 7.2.1 till 50°, stagkraften blir då 67 kN.

Då sponten eller slitsmurens längd inte redan är bestämd kan den beräknas med hjälp av ekvation (7.18), men då kommer resultanten R₅ och dess avstånd till staget att bero på sponten eller stagets djup under schaktbotten.

7.4 Resultat

När en spänning-deformations-FE-modellering görs erhålls resultatet som de olika spänningsinvarianterna, spänningar, töjningar och deformationer. När det är jord som beräknas kan spänningar och spänningsinvarianterna beräknas som effektiva eller totala. Görs en transient flödes-spänning-deformationsberäkning tillkommer även vattenflöden, vattnets tryckgradient, ”steady-state” portryck och ”excess” portryck, vid flödesberäkning, till resultaten av beräkningen. Dessutom finns det olika sätt att visa resultaten av beräkningarna beroende på vad som anses viktigt för just den genomförda beräkningen. De vanligaste resultaten i geotekniska sammanhang är deformationer, då FE-modellering oftast förekommer för att kontrollera bruksränstillstånd, men det är även viktigt att kontrollera spänningar i jorden i dessa beräkningar. FE-modellering kan även användas till att beräkna uppkomna krafter i konstruktionerna och vattenflöde in i en schakt.

Alla resultat kan visas efter varje beräkningssteg, vilket gör att det går att följa utvecklingen av deformationer och spänningar efterhand som schakten genomförs. De resultat som oftast eftersöks kan visas i alla tre programmen och i detta arbete väljs att bara jämföra några av dessa resultat. De resultat som jämförs är spänningar i jorden, deformationer, spänningar i konstruktionerna och vattenflödet in i schakten.

De tre olika programmen kan ge lite olika typer av utdata men dessa skillnader diskuteras inte närmare i detta arbete, men det kan nämnas att i Plaxis kan inga spänningsinvarianter visas.

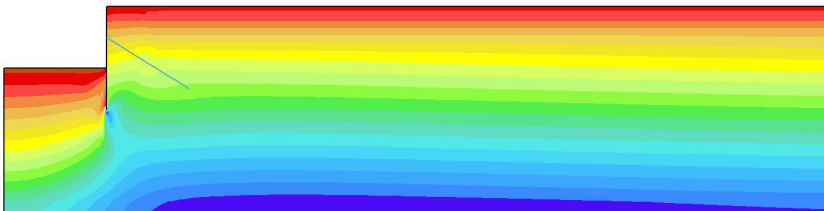
7.4.1 Spänningar i jorden

En viktig del i modellering av jord är att skapa de effektiva initialspänningarna i jorden rätt då jordens hållfasthet beror på hur mycket den har varit belastad tidigare.

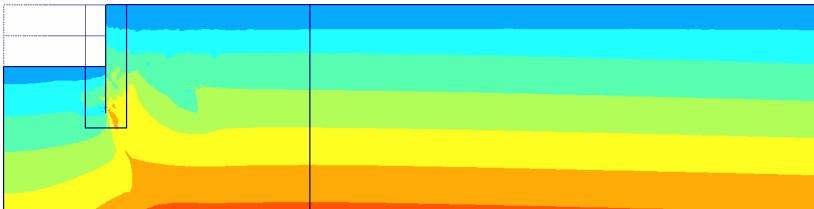
De horisontala effektivspänningarna beror på de vertikala effektivspänningarna enligt ekvation (4.7), både Plaxis och Z-soil använder detta sätt att beräkna de horisontella spänningarna. Det gör dock inte ABAQUS som istället använder sig av tvärkontraktionstalet. Det är därför viktigare att välja ett korrekt tvärkontraktionstal för att initialspänningarna ska bli korrekta i ABAQUS. I detta fall har indata som K_0 och tvärkontraktionstal valts så att samma horisontella effektiva initialspänningar erhålls i alla de tre olika programmen.

Effektivspänningarna är samma i alla tre programmen i alla beräkningssteg, se Figur 7.12. Utseendet för spänning ser liknande ut för alla beräkningstegen och därför visas bara i Figur 7.12 de spänningar som finns i marken efter att hela beräkningen genomförts. Då tryckspänningar definieras som negativa är de största vertikala effektiva spänningarna i modellen 0 kPa i markytan eftersom ingen last ligger på markytan. När de vertikala effektivspänningarna är 0 kommer även de horisontella effektivspänningarna att vara 0, se ekvation (4.7). De minsta effektiva vertikalspänningarna är -240 kPa längs bottenkanten och de minsta effektiva horisontalspänningarna -100 kPa.

a)

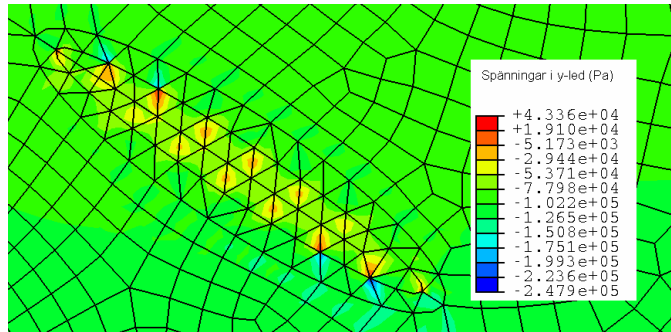


b)



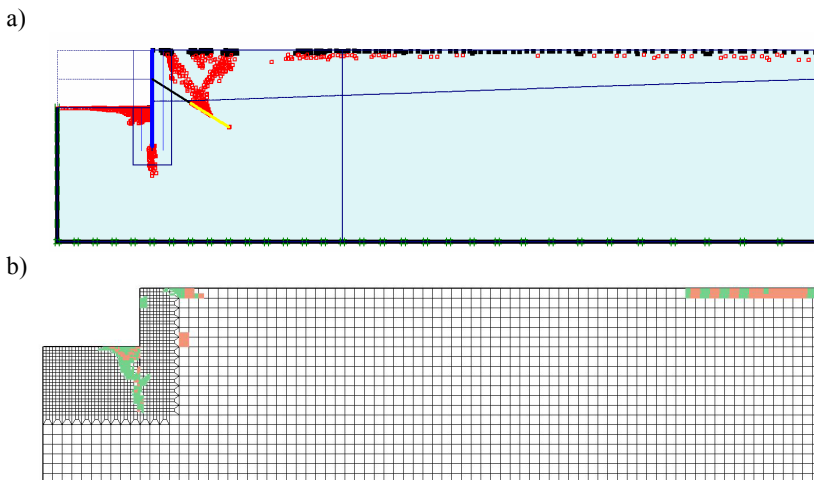
Figur 7.12. Figuren visar de effektiva spänningarna när hela beräkningen är gjord. I a) visas de horisontala effektivspänningarna från Z-soil och i b) visas de vertikala effektivspänningarna från Plaxis.

Spänningskoncentrationer i jorden uppkommer kring botten på slitsmuren, i Plaxis och Z-soil beror det på slitsmuren inte har någon geometrisk utbredning medan det i ABAQUS beror på de randvillkor som har lagts i botten på slitsmuren för att den ska kunna inaktiveras och aktiveras. Plaxis ger de minsta spänningskoncentrationerna vilket beror på att slitsmursytan gjordes längre än slitsmuren (Brinkgreve m fl, 2004). Det ska också nämnas att det i ABAQUS uppstår spänningskoncentrationer i de element som simulerar staginjekteringen. Dessa spänningskoncentrationer visas i Figur 7.13 och finns självklart inte i verkligheten utan beror troligtvis på elementens form.



Figur 7.13. Figur visar det område som simulerar stajinjekteringen i ABAQUS då initialspänningarna skapats. Spänningskoncentrationerna pendlar mellan 43 kPa och -250 kPa

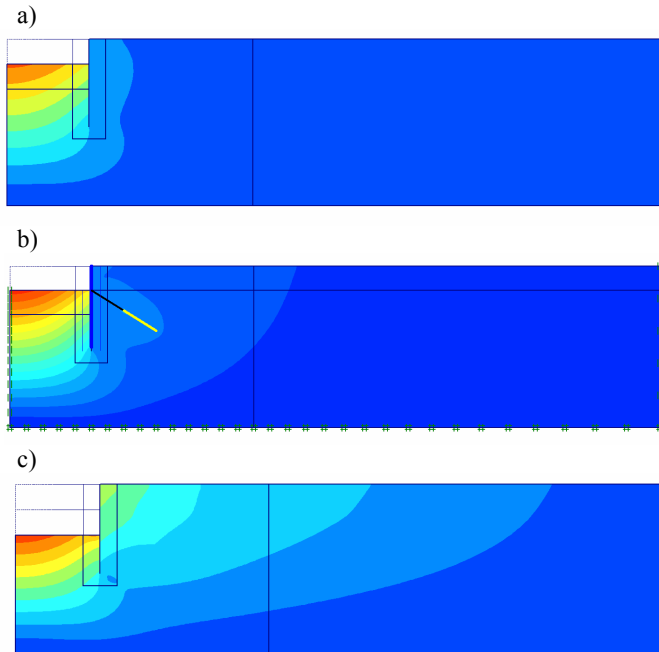
Ett resultat som kan vara bra att ha kontroll på är i vilka punkter eller områden av modellen som materialen plasticerar. I ABAQUS har ingen funktion som visar detta hittats men i Figur 7.14 nedan visas de plastiska områdena efter hela beräkningen är gjord i modellerna från Plaxis och Z-soil. Dessa båda programmen visar även vilket plasticitetsvillkor som har uppnåtts. De områden i högra delen av modellen som plasticerar gör detta för att de inte belastas av någon tyngd men de utsätts för en liten dragspänning i modellen då jorden vid slitsmuren flyttar sig åt vänster. I verkligheten fortplantar sig inte denna dragspänning i jorden så långt bort från schakten.



Figur 7.14. Områden i modellen som plasticerat. Figur a) visar resultatet från Plaxis där Mohr-Coulombs flytkriterium är uppnått i de röda punkterna och där ingen last finns i de svarta områdena. Figur b) visar resultatet från Z-soil där Mohr-Coulombs flytkriterium är uppnått i den beige områdena och där ingen last finns i de gröna områdena.

7.4.2 Deformationer i jorden

Det finns många olika sätt att visa de deformationer som uppstår i modellen, några av dessa är ett deformerat elementnät, pilar som visar deformationsriktningen och färgplottar. Utöver detta kan det väljas att visa de totala deformationerna eller deformationerna i x- eller y-led. De deformerade mesharna går tyvärr inte att få i ABAQUS på grund av att deformationerna inte kan presenteras direkt utan de deformationer som uppkommer i det geostatiska beräkningssteget måste räknas ifrån de deformationer som modellen resulterar i.

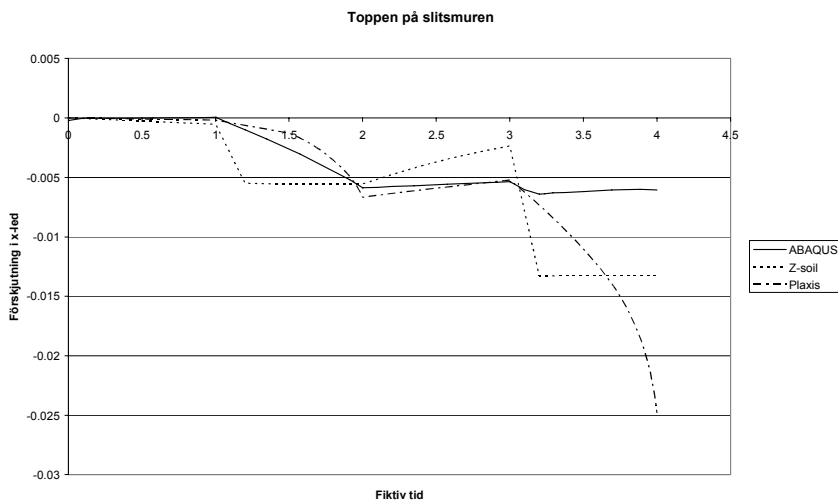


Figur 7.15. Figuren visar deformationerna i Plaxis då schaktningen nått till stagnivån i a), då staget installerats i b) och efter genomförd beräkning i c). Den största deformationen i a) är 34 mm, i b) 33mm och i c) 48mm.

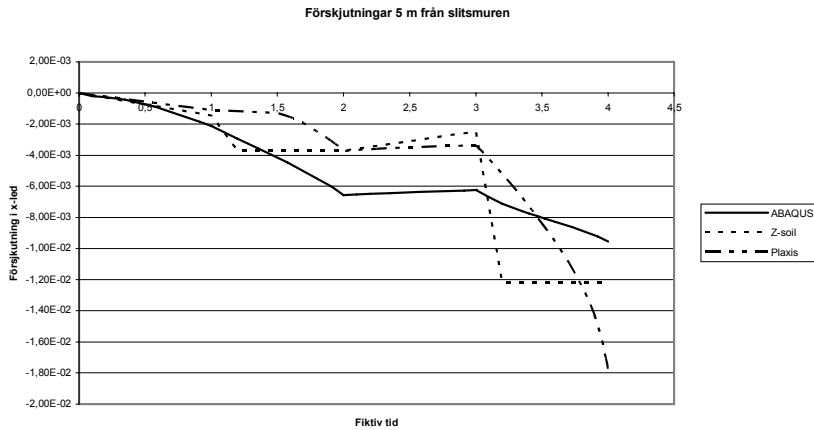
De totala deformationerna har så lika utseende i de olika programmen att det inte går att se skillnaden i en färgplott. Den störta deformationen skiljer dock något mellan de olika programmen. Den största deformationen i alla beräkningssteg uppstår där schaktbotten möter symmetrilinjen, denna nod har fått ett randvillkor som låser den i x-led. Detta innebär att deformationerna i y-led är så stora att de döljer deformationerna i x-led vid beräkningen av de totala deformationerna. Av denna anledning visas bara de totala deformationerna från ett program, Plaxis, för att visa hur de ser ut. De totala deformationerna visas i Figur 7.15 och där kan det ses att då schaktning når ner till schaktbotten uppstår deformationer som påverkar jorden en lång bit ifrån slitmuren, varje färgändring är ungefär 5 mm i den bilden.

De deformationer som uppstår i x-led skiljer mellan de olika programmen. Detta ses enklast genom diagrammen i Figur 7.16 till Figur 7.18 där förskjutningarna i x-led är plottade mot beräkningsstegen (varje beräkningssteg har givits tidsenheten 1). Resultatet redovisas här i toppen på slitsmuren, 5 m från slitsmurstoppen samt 10 m från slitsmurstoppen. Z-soil ger en kurva som är betydligt kantigare än de andra beroende på att i detta program tas hela schakten bort på en gång medan de båda andra programmen minskar tyngden av den inaktiverade delen av modellen under beräkningsteget för att lättare erhålla konvergens.

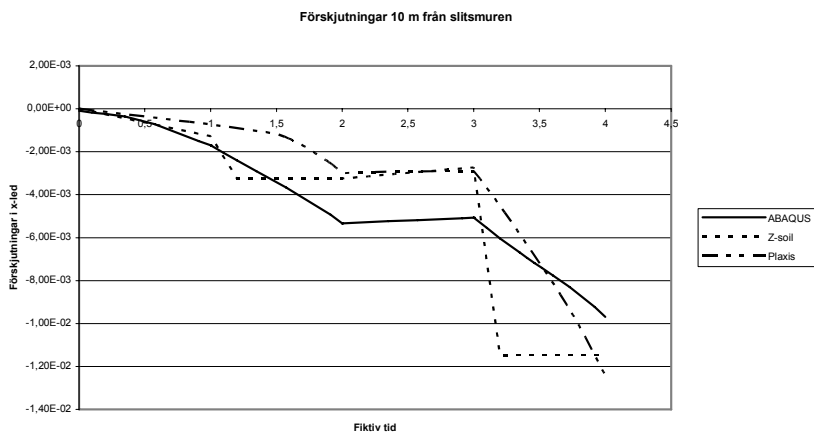
I toppen på slitsmuren skiljer sig inte deformationerna förrän i slutet av beräkningen och då med ungefär 20 mm mellan ABAQUS och Plaxis medan resultatet från Z-soil ligger mittemellan dessa resultat. 5 m från slitsmuren minskar skillnaden mellan resultaten i ABAQUS och Plaxis till 8 mm och 10 m från slitsmuren är skillnaden bara 2 mm. Hela tiden ligger resultatet från Z-soil mittemellan dessa resultat. Förskjutningarna i ABAQUS är större 5 och 10 m från slitsmuren efter schakten ner till stagnivån, skillnaden är 2 respektive 3 mm. Programmens skiftande resultat beror på de olika sätten att modellera inspänningen av stagen.



Figur 7.16. Diagrammet i figuren visar förskjutningarna i x-led varierar i tiden i toppen på slitsmuren.



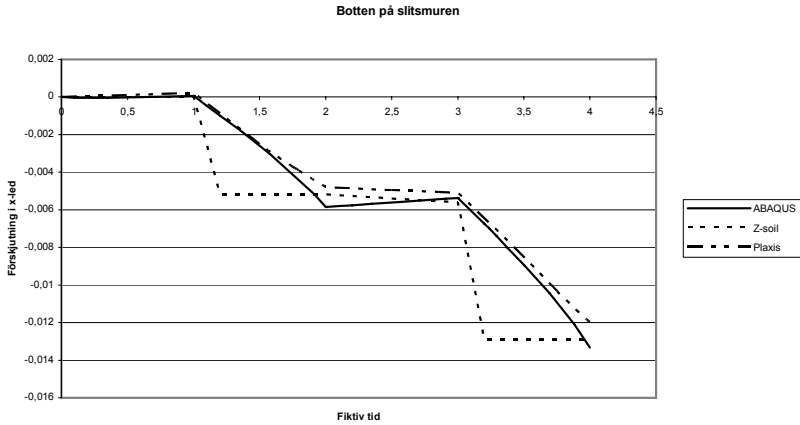
Figur 7.17. Diagrammet i figuren visar förskjutningarna i x-led varierar i tiden i markytan 5 m från slitsmuren.



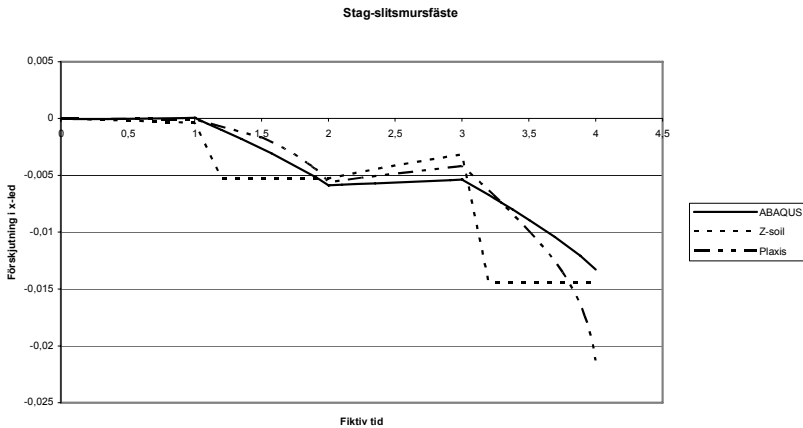
Figur 7.18. Diagrammet i figuren visar förskjutningarna i x-led varierar i tiden i markytan 10 m från slitsmuren.

Det kan även vara värt att påpeka att botten av slitsmuren i verkligheten och enligt FEM-beräkningarna rör sig. Då handberäkningar för dimensionering av en spont eller slitsmur görs antas slitsmuren fast inspänd i botten. Förskjutningen i botten av slitsmuren är lika stor i alla programmen under alla beräkningsstegen och är i slutet 12 mm, vilket visas i Figur 7.19a). I Figur 7.19b) ses att förskjutning i x-led av infästningen mellan stag och slitsmur skiljer sig i sista beräkningssteget mellan Plaxis och de båda andra programmen, skillnaden är 6 mm.

a)

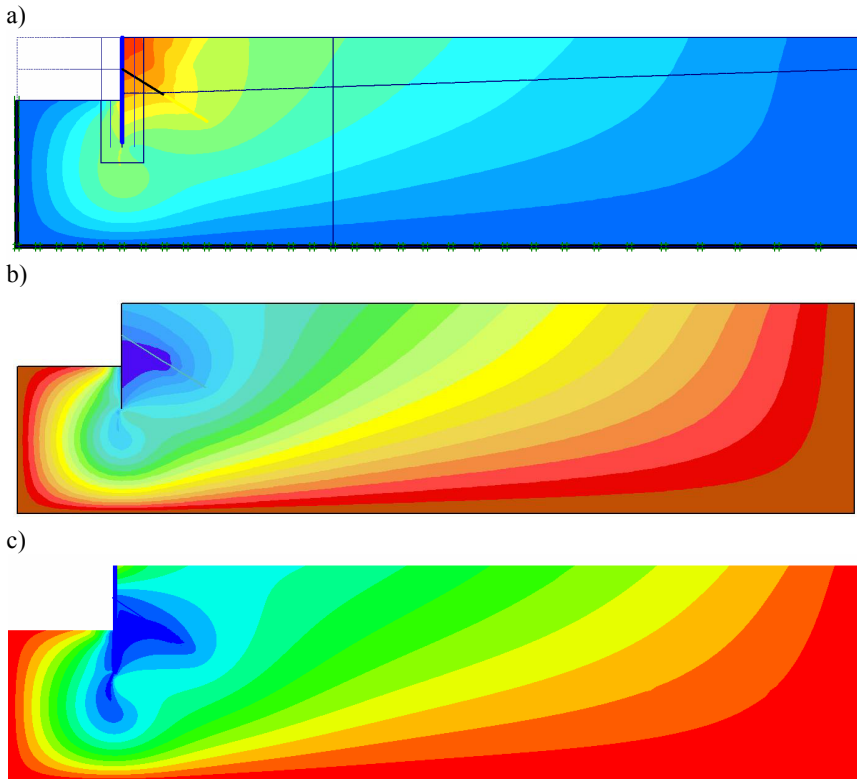


b)



Figur 7.19. Diagrammen i figuren visar i a) hur slitsmurens botten och i b) hur stagets infästning i slitsmuren varierar med tiden i x-led.

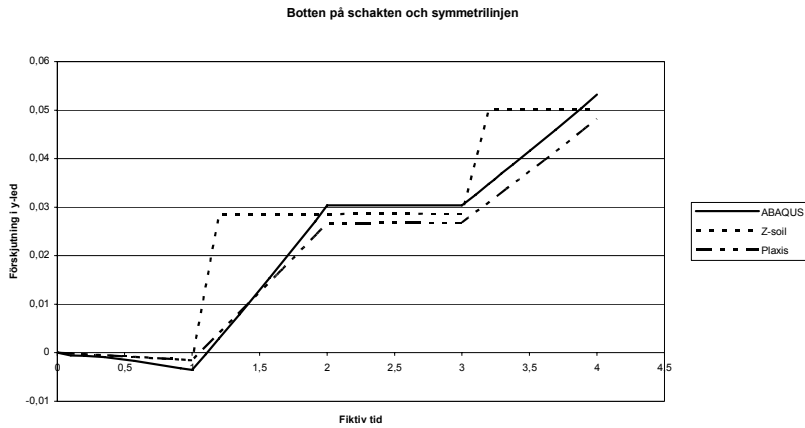
Resultaten av dessa diagrammen ger att det kan vara intressant att visa en färgplott som visar deformationerna i x-led för hela modellen från de tre olika programmen. Dessa färgplottar visas i Figur 7.20 efter sista beräkningssteget, i denna figur kan ses att Plaxis deformationer i x-led inte ger samma resultat som de andra programmen. Skillnaden ligger i att Plaxis ger den största deformationen i x-led i toppen på slitsmuren medan de båda andra programmen ger största deformation mellan slitsmuren och staget. Detta tyder på att slitsmuren har större böjmotstånd i Z-soil och ABAQUS än den har i Plaxis trots att samma indataparametrar har använts.



Figur 7.20. Figuren visar deformationerna i x-led då schakten är klar. I a) från Plaxis där den största deformationen är 24 mm, i b) från Z-soil där den största deformationen är 16 mm och i c) från ABAQUS där den största deformationen är 14 mm.

Att slitsmuren ser ut att ha mindre böjmotstånd i Plaxis kan bero på att ytorna modelleras på olika sätt, i ABAQUS och Z-soil definieras ytorna för sig medan Plaxis definierar ytans hållfasthetsparametrar som en del av jordens hållfasthet. Det kan också ha samband med att Plaxis ger ytan en geometrisk utbredning, vilket inte de båda andra programmen gör. I detta exempel har bara friktion använts vid beräkningen i Z-soil och ABAQUS enligt resonemanget i avsnitt 3.6 för att inte ytan ska kunna ta upp drag. I Plaxis finns inte denna möjlighet att ta bort kohesionen. Det har dock visat sig efter ytterligare modellering där ytelementen har getts både kohesion och dilatationsvinkel i Z-soil att detta inte påverkar resultatet av deformationerna.

När de totala deformationerna behandlades kunde det konstateras att de största vertikala deformationerna sker i schakten intill symmetrilinjen. I Figur 7.21 visas hur de vertikala deformationerna utvecklas i de olika beräkningsstegen i noden där symmetrilinjen och schakten möts. Det kan ses att de vertikala deformationerna i schakten inte skiljer sig mellan de olika programmen och att den slutliga deformationen hämnar på 50 mm.

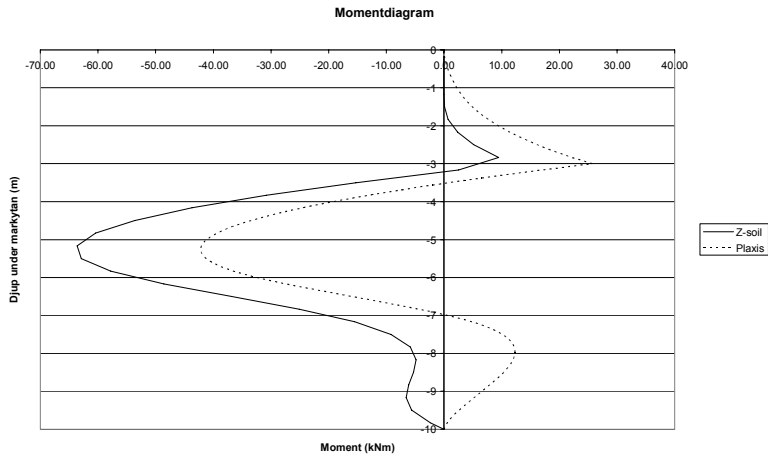


Figur 7.21. Diagrammet i figuren visar vilka förskjutningar i y-led som noden i korsningen mellan schaktbotten och symmetrilinjen har vid olika stadier av beräkningen.

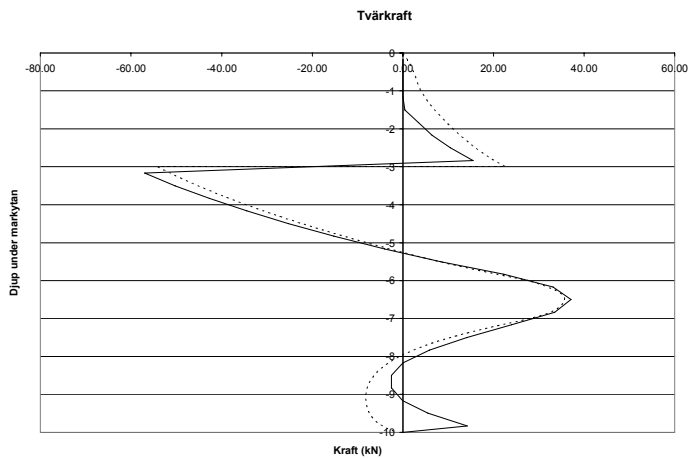
7.4.3 Krafter i konstruktionen

Krafterna och moment i konstruktionen är en viktig information vid dimensionering av geotekniska modelleringar som denna. I Plaxis och Z-soil, där slitsmuren modellerats med balkelement, kan moment-, tvärkrafts- och normalkraftsdiagram skapas över slitsmuren. Detta kan inte göras i ABAQUS då ytelement använts för att modellera betongen i slitsmuren, här kan däremot spänningarna i slitsmuren plottas i en färgplott precis som spänningarna i jorden, vilket dock inte görs här.

Moment-, tvärkraft och normalkraftsdiagram kan göras efter varje beräkningssteg men presenteras här bara efter att hela beräkningen är genomförd. I momentdiagrammen i Figur 7.22 kan det ses att momentkurvorna från de olika programmen skiljer sig med ungefär 20 kNm längs nästan hela slitsmuren. Detta medan tvärkraftsdiagrammen i Figur 7.23 har ungefär samma utseende. Detta tillsammans med att normalkraftsdiagrammen i Figur 7.24 skiljer sig från stagnivån och nedåt och framförallt under schaktbotten tyder på att de olika sätten att modellera ytorna påverkar moment och krafter i konstruktionen kraftigt. Normalkraften skiljer så mycket som 80 kN i botten på slitsmuren.



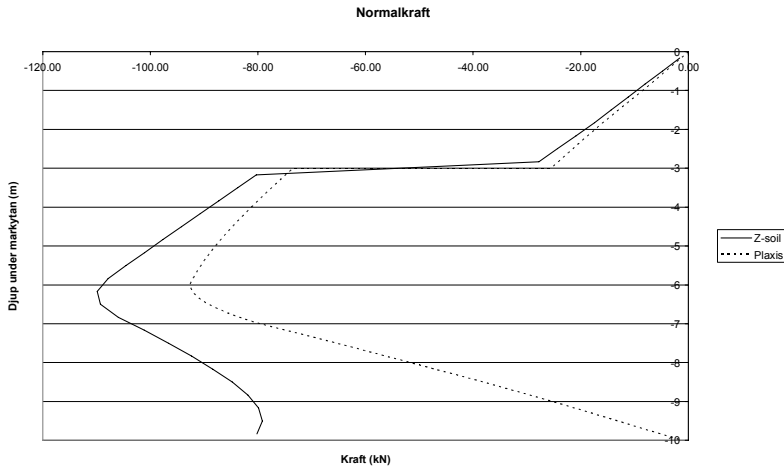
Figur 7.22. Momentdiagrammet i figuren visar momentdiagrammen för slitsmuren från Plaxis och Z-soil efter att hela beräkningen är genomförd.



Figur 7.23. Tvärkraftsdiagrammen för slitsmuren från Plaxis och Z-soil efter att hela beräkningen är genomförd.

Att normalkraften i botten av slitsmuren är 0 kN i Plaxis och 80 kN i Z-soil, se Figur 7.24, beror på bl a på de olika sätten att modellera just denna del av slitsmuren i de olika programmen. I Z-soil måste botten på slitsmuren modelleras som inspänd i jorden för att inte stelkroppsrorelse ska kunna uppstå i modellen. Detta görs genom att ingen yta skapas mellan balk- och jordelement just i den sista noden. Detta gör att inte slitsmuren kan tryckas ner i jorden. I Plaxis däremot skapas en yta som går längre ner i jorden än själva slitsmuren och slitsmuren är inte låst i den sista noden utan kan tränga ner i jorden när den skulle belastas med en normalkraft. Att ytan görs längre än slitsmuren är för att inte ska uppstå spänningskoncentrationer i jorden under slitsmuren. Eftersom slitsmuren modellerades som en yta i ABAQUS erhålls inga

moment och krafter för slitsmuren i denna modell. I denna modell erhålls istället spänningarna i slitsmuren, dessa presenteras dock inte i detta arbete.



Figur 7.24. Normalkraftsdiagrammet för slitsmuren från Plaxis och Z-soil efter att hela beräkningen är genomförd.

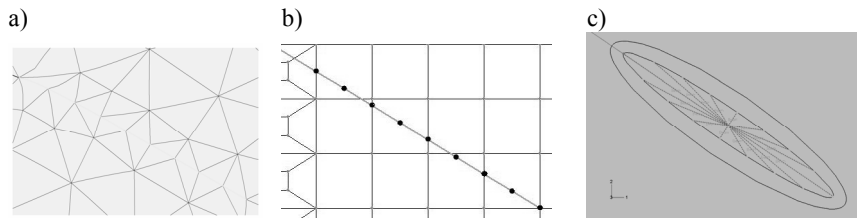
Stagen kan inte ta upp moment eller tvärkraft utan bara normalkraft, storleken av denna kraft visas i Tabell 7.20 för det beräkningssteg där staget är installerat. I ABAQUS har staget inte den exakta förspänningskraften efter installeringen, detta beror på att förspänningen i ABAQUS modelleras genom att en temperaturändring läggs på staget så att det minskar i storlek och därmed spänner upp slitsmuren, se avsnitt 7.3.3.1. Det går dock inte att beräkna denna temperaturändring exakt eftersom det redan innan stagininstallationen uppkommit förskjutningar av noderna som staget ansluter mot.

Tabell 7.20. Tabellen visar kraften i staget efter de beräkningssteg där staget är installerat i de olika modellerna.

Beräkningssteg	Plaxis	Z-soil	ABAQUS
Staginstallation	75	75	78,6
Schakt till schaktbotten	90,6	92,5	99,0

Det kan ses att stagkraften utvecklas något olika i de olika programmen, detta passar inte ihop med diagrammet i Figur 7.19 som visar att förskjutningarna i noden där staget ansluter mot slitsmuren. Då elasticitetsmodulen är den samma för stagen i alla tre modelleringarna och förskjutningarna i denna nod är störst i Plaxis och minst i ABAQUS borde spänningarna i Plaxis vara störst medan ABAQUS spänningar borde bli minst. Att detta inte blir fallet beror på de tre olika sätten att modellera staginjekteringen.

Det sätt som användes i Plaxis ger en yta längs de element som används till modelleringen av injekteringen vilket innebär att injekteringen sluter an mot jorden i alla noder som finns i dessa element. I Z-soil modelleras injekteringen med flera små stagelement som alla ansluter till jorden bakom genom att den kraft som ska överföras sprids på de noder som spänner upp det ytelement som noden befinner sig i. Dessa båda olika sätt att modellera staginjekteringen blir relativt lika om elementstorlekarna på staginjekteringen är samma i de olika programmen. Båda sätten att modellera staginjekteringen gör att spänningarna blir stora i jorden kring början på staginjekteringen eftersom den största delen av kraften överförs i detta område.

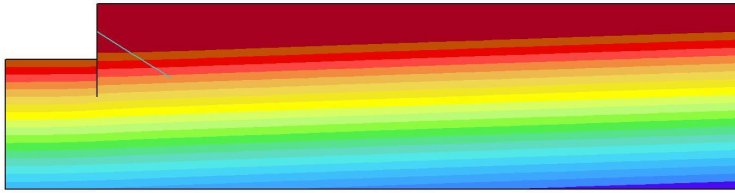


Figur 7.25. Figuren visar de tre olika sätten att modellera staginjekteringen. Figur a) är från Plaxis, figur b) från Z-soil och figur c) från ABAQUS.

Det kan även, i Tabell 7.20, ses att spänningen i stagen i dessa modeller är relativt lika. Staginjekteringen i ABAQUS gjordes genom att staget låstes mot 16 olika noder i jorden runt staginjekteringen, se Figur 7.25c. Att staget låstes mot alla dessa noder berodde på att då färre noder används konvergerade inte beräkningen för att de noder som staget låstes till rörde sig genom de närliggande elementen. Men att så många noder används leder till att alla dessa noder ska ha samma förskjutningar och därmed måste staget dra med sig en hel klump jord genom den omkringliggande jorden då staget spänns.

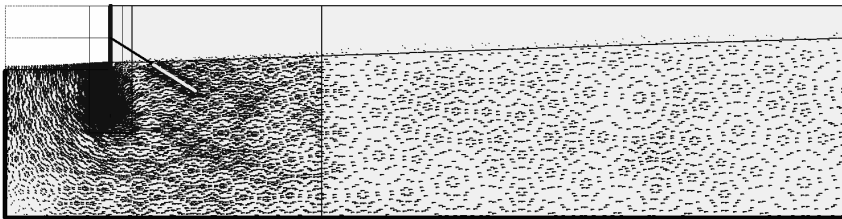
7.4.4 Portryck och vattenflöden

Portrycken får samma utseende i modellerna i alla tre programmen, fram till det sista beräkningssteget hydrostatiskt från grundvattenytan ner till botten av modellen. Detta är samma portryck som används vid en handberäkning. I det sista beräkningssteget pumpas vatten ut ur schakten så att grundvattennivån i schakten ligger i schaktbotten. Detta medför att vattenströmning sker in i schakten och att portrycken minskar kring schakten. Alla program ger samma portrycksfördelning, se Figur 7.26, där det maximala portrycket 170 kPa.



Figur 7.26. Figuren visar portrycksfördelningen i det sista beräkningssteget. Alla programmen ger samma portrycksfördelning och denna figur är från Z-soil, den mörkröda färgen markerar grundvattenytan.

Vattenströmningen in i schakten ska kunna fås i alla tre programmen men i ABAQUS har fel gjorts vid inmatningen av modellen så att ingen strömning av vattnet har tagits med i beräkningen. Tiden för arbetet har tyvärr inte räckt för att hitta detta fel. Z-soil och Plaxis ger dock båda ett vattenflöde som är $0,28 \text{ m}^3/\text{dag}$ per meter in i planet. Flödesriktningen visas i Figur 7.27. Ur denna kan även den största flödesgradienten fås. Flödesgradienten under slitsmuren är viktig vid dimensionering av spont eller slitsmur för att kontrollera om risk för inre erosion uppstår. Flödesgradienten under en spont eller slitsmur som modelleras utan utbredning eller med liten utbredning kan dock ge missvisande värden, ju mindre element som används kring slitsmurens botten desto högre kommer flödesgradienten att bli.



Figur 7.27. Figuren visar riktningen för vattenflödet pilarnas storlek beror på flödesgradienten som har det största värdet $0,19 \text{ m}/\text{dag}$. Vattenflödet är samma både i Plaxis och Z-soil men visas här bara från Plaxis.

7.5 Diskussion

Även om modellerna i de olika programmen har gjorts så lika som möjligt finns det vissa skillnader mellan modellerna. Några av dessa är användningen av olika element, olika sätt att definiera randvillkoren för grundvattnet, modelleringen av slitsmuren och stajinjekteringen som redan tagits upp i avsnitt 7.4.3. De största skillnaderna mellan programmen är dock de olika sätten att indela i element och hur element aktiveras och inaktiveras under beräkningens gång.

Nätgenereringen i Plaxis är sker automatiskt och det enda som går att styra för användaren är antalet noder i elementen och ungefär hur stora elementen ska vara. Det finns både fördelar och nackdelar med att detta sätt att göra elementnät. Den

uppenbara fördelen är med vilken snabbhet och liten arbetsinsats från användaren elementnätet kan skapas. Att det krävs så lite arbete med elementnätet kan dock bädda för att användaren inte uppmärksammar konstigheter i elementnätet. Att elementnätet kan göras utan någon kunskap om FE-modellering kan underlätta för användare utan denna kunskap att använda programmet då programmet i övrigt också är uppbyggt så att ingen kunskap om FE-modellering behövs för att genomföra en modellering. Även detta kan ses som både en fördel och en nackdel. Fördelen är ju att flera användare kan använda programmet, men nackdelen är att om användaren inte har kunskaper i FE-modellering ökar risken för att modeller som är felaktiga görs.

När geometrin byggs upp i Z-soil görs detta genom att elementnätet skapas. Varje element skapas av användaren som därmed bestämmer dess utseende, även med detta sätt att bygga upp elementnätet finns det för- och nackdelar. Den största nackdelen är att det tar längre tid än i Plaxis att bygga upp en modell för en som inte använt programmet mycket. Den största fördelen är att användaren får mycket bra kontroll över hur elementnätet byggs upp. Detta sätt att bygga upp elementnätet kräver också mer kunskaper om FE-modellering av användaren, vilket är en fördel då felaktiga modelleringar undviks genom kunskap om beräknings sättet. Det kan dock ses som en nackdel att det då inte kan användas av lika många som Plaxis.

I ABAQUS definieras allt från vilka element som ska användas till vilken storlek de ska ha längs de kanter som finns i modellen. Användaren bestämmer även vilken form elementen ska ha och hur datorn ska nätgenerera de olika parterna i modellen. Användaren måste även kontrollera så att elementnätet ser korrekt ut innan den används. Skulle det inte vara korrekt talar dock programmet om detta under beräkningen.

När geotekniska modelleringar görs är ofta en viktig del i modelleringen att jordelement tas bort ur modellen och att konstruktioner skapas i modellen. I både Plaxis och Z-soil finns det funktioner som enkelt styr detta, precis som med elementindelningen kräver Z-soil mer kunskap av användaren än Plaxis. I ABAQUS inaktiveras dock inga element helt utan de finns kvar i beräkningarna, men bidrar inte till styvhetsmatrisen för modellen. Detta gör att problem med stelkroppsrörelse för de delar av modellen som inte är aktiva kan uppstå om inga randvillkor läggs på dessa. Det är även krångligt att aktivera och inaktivera element i ABAQUS, då det inte kan göras i det grafiska gränssnittet CAE utan måste göras i input-filen.

Att ABAQUS kan användas till så många olika modelleringar och därmed är så generellt gör att det krävs mer tid än vad som finns för detta arbete att göra en rimligt fungerande modell i detta program. De saker som måste förbättras i modellen är främst stagets infästning i både jorden och slitsmuren och slitsmurens ytor mot jorden. Infästningen av staget i slitsmuren i en nod ger väldiga spänningskoncentrationer runt denna nod som inte uppkommer i verkligheten. Andra saker som kan förbättra modellen är betongens materialmodell och det inmatningsfel som gör att modellen inte räknar med något vattenflöde.

Ytterligare en sak som visas i detta kapitel är att FE-modellering kan användas vid dimensionering av mindre projekt där handberäkningar idag används. Två enkla tvådimensionella modelleringar, en i brottgränstillstånd och en i bruksgränstillstånd,

motsvarar de konventionella beräkningarna där beräkningar för totalstabilitet, rotationsstabilitet, vertikalstabilitet, brott i förankringszonen, bottenuppträckning och hydraulisk uppträckning av botten behandlas. Dessutom ger beräkningen vattenflödet in i schakten då schaktning under grundvattenytan görs, flödesberäkningen ger också flödesgradienten så risken för hydrauliskt grundbrott kan bedömmas. Även de moment och krafter i de olika konstruktionerna kan ges av en FE-modellering. Det måste dock väljas ett spontdjup innan dimensioneringen eftersom det inte finns någon möjlighet att beräkna minsta spontdjup att genom en FE-modellering i de program som använts i detta arbete.

8 Praktiskt fall

I detta kapitel kommer en modellering av ett praktiskt fall att göras. Vid modellering av praktiska fall ingår oftast flera jordarter i modellen och det kan vara svårt att få fram alla materialparametrar som krävs i vissa jordmodeller, vilket leder till att vissa materialvärden måste väljas genom ingenjörsmässiga bedömningar. Det krävs också förenklingar av verkligheten såsom t ex att materialövergångarna får skarpa gränser. Även arbetsutförandet måste förenklas, vad och hur stora förenklingar som görs beror på vad som ska modelleras och vad resultatet ska användas till. Då FE-modellering används för ”Dimensionering enligt provning” enligt Eurokod ändras modellen efterhand som mer materialdata erhålls och arbetsutförandet ändras från planerna.

Att modellering av ett praktiskt fall görs innebär inte bara svårigheter i val av indataparametrar utan även att resultatet kan jämföras med verkligheten. I detta fall kommer modellering av slitsmurarna vid Citytunnelprojektet i Malmö att göras.

8.1 Citytunnelprojektet

8.1.1 Bakgrund

För att stärka Öresundsregionen och förbättra kommunikationerna med tåg mellan Sverige och Danmark byggs idag Citytunneln under centrala Malmö. Citytunnelprojektet består av 17 km järnväg, varav 6 km under centrala Malmö och 11 km ovan jord. Utöver själva järnvägen ingår det i projektet att bygga två underjordiska stationer, en som byggs ihop med den nuvarande stationen och en vid stadsdelen triangeln i centrala Malmö. Det kommer även att byggas en station ovan jord i Hyllie. En överblick över tunnelns sträckning och var dess stationer ligger ges i Figur 8.1



Figur 8.1. Den sträckning järnvägen får i och med Citytunnelprojektet. I bilden finns även den alternativa sträckningen av järnvägen som hade gått ovan jord hela vägen. (www.citytunneln.se)

Den nya delen av Malmö central kommer att byggas norr om den nuvarande centralen och förvandla Malmö central från att idag vara säckstation där tågen måste vända till en station för genomgående trafik. När tågen i framtiden kan fortsätta söderut genom Malmö i Citytunneln ökar kapaciteten för Skånes järnvägstrafik. Den nya stationsdelen kommer att utformas med fyra spår med två mellanliggande plattformar, efter stationen kommer spåren att gå ihop till två spår i den borrade delen av tunneln.

Den underjordiska delen av Citytunneln omfattar järnvägen från Malmö central till Holma vid Hyllie vattentorn. Den största delen av denna sträcka kommer att borras som två parallella tunnlar med tunnelborrmaskin (TBM), men den nya delen av Malmö central, rampen ner till den underjordiska stationen och avsmalningen från fyra spår till två samt rampen upp till ytan i söder vid Holma byggs som en betongtunnel i öppet schakt, dvs med ”cut and cover”-teknik. Tunnelborrmaskinen möter den öppna schakten väster om Suellskanalen där entreprenaden Malmö C Nedre börjar.

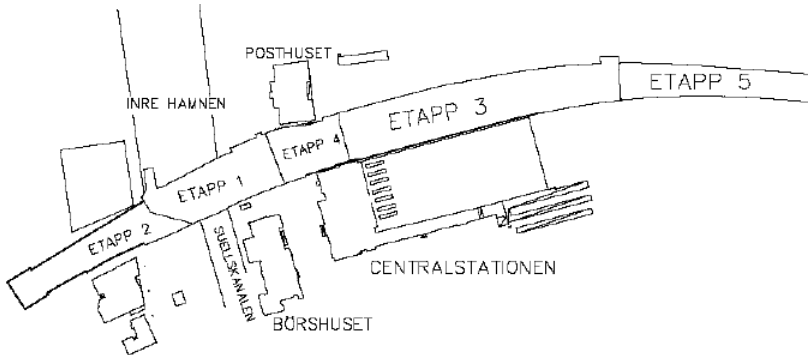
Stationen i centrala Malmö vid Triangeln kommer att byggas från två öppna schakt i de båda ändarna av stationen. Mellan dessa två öppna schakt kommer sedan att tas ut ett hålrum i berget ungefär 25 meter under marken. Hålrummet byggs genom att en centrumtunnel tas ut i berget, när denna är förstärkt tas sedan det övriga berggrummet ut på båda sidor om centrumtunneln.

8.1.2 Malmö C Nedre

Den del av citytunneln som byggs i öppet schakt från tunnelrampen genom den nya Malmö central fram till den del av tunneln som borras med TBM görs i en entreprenad som kallas ”Malmö C Nedre”. Denna entreprenad är uppdelad i fem olika etapper, enligt Figur 8.2, bland annat för att trafiken ska kunna ta sig igenom på skeppsbron även under byggtiden.

Schakten som görs i entreprenaden Malmö C Nedre är som djupast där TBM ansluter i väster, här är schakten nästan 20 meter djup och ca 20 meter bred. Djupet minskar längre österut i entreprenaden men schakten har en bredd på 50 meter där stationen ska ligga. Hela entreprenaden är 900 meter lång och anses vara avancerad bl a med tanke på att skyddsvärda byggnader såsom Centralstationen, Börshuset och Posthuset ligger mindre än en meter utanför slitsmurarna. Dessa byggnader har dålig tålighet mot rörelse i marken, därför har får inte sättningarna vara större än 10 mm och horisontalrörelserna 5 mm på vissa platser. En annan stor utmaning är att tunneln ska gå under Suellskanalen.

Schakten kommer att stödjas av tillfälliga täta stödväggar. Till största delen kommer dessa väggar att bestå av stålspont nedslagen till stopp i berget och sedan förstärkning av berget till schaktens botten. Men vid känsliga byggnader och i den djupaste delen av schakten kommer slitsmurar att användas. Anledningen till detta är de hårda krav som är ställda på sättningar, horisontalförskjutningar och buller då byggnationen sker inne i centrala Malmö med kulturmärkta byggnader i nära anslutning till bygget. I Figur 8.2 visas var stålspont respektive slitsmurar används.



Figur 8.2. Figuren visar entreprenaden Malmö C Nedre med de olika etapperna. De delar som är ritade med grövre linje kring entreprenaden är de områden där slitsmurar används istället för stålspont. TMB ansluter i den västra delen av etapp 2.

När stödväggarna är installerade sänks grundvattnet till 0,5 meter under schaktnivån i schaktgropen. För att minimera grundvattensänkningen infiltreras vattnet i 12 brunnar 100 till 150 meter utanför schaktgropen. Schaktningen utförs sedan ner till första stagnivån där sedan stagen installeras innan vidare schaktning sker, när sedan nästa stagnivå nåtts installeras stagen på denna nivå och på detta sätt fortsätter det tills önskat djup är uppnått. När schaktningen är klar byggs betongtunneln innanför stödväggarna och återfyllningen sker därefter samtidigt som spårarbeten inne i tunneln utförs. Under återfyllnaden avspänns stagen efterhand som slitsmuren inte har någon stödjande funktion.

8.1.3 Geologi i Malmö

Berggrunden består i sydvästra delen av Skåne av sedimentär kalksten som härstammar från Trias, Jura, Krita samt tidig Tertiär tid med en mäktighet på upp till 3000 meter som i stort sett är horisontellt skiktad. I bergmassan finns diskontinuiteter som framförallt består av horisontella sprickor men det finns även kortare vertikala sprickor i hårda kalkstenslager. Det kan dock även finnas längre sprickzoner som går igenom bergslagen. Där sprickorna finns ökar den hydrauliska konduktiviteten flera gånger och påverkar även hållfastheten negativt. (Svensson, 2005)

Den övre delen av den sedimentära kalkstenen (de djup som är intressanta för detta arbetets skull) i Malmö delas upp i två olika skikt, ett övre tunnare lager som kallas Köpenhamnskalksten och ett undre tjockare lager som kallas Limhamnskalksten. Köpenhamnskalkstenen innehåller mer flinta (20-30 %) än Limhamnskalkstenen (<10 %), vilket bidrar till att Köpenhamnskalkstenen är mer uppsprucken och därmed har sämre hållfasthet. En annan sak som bidrar till att Köpenhamnskalkstenen har sämre hållfasthet är att den ligger ytligare och har därmed blivit mer påverkad av inlandsisen.

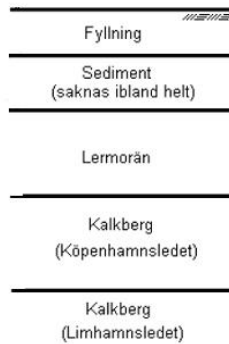
Den mjukare sedimentära bergarten i sydvästra Skåne gjorde att det bildades kalk- och lerhaltiga moräner med låg block- och stenhalt under istiden. Lerhalten i denna jord är ofta högre än 20 % och moränen kallas då lermorän. Lokalt är moränen tunn och ibland så rik på sedimentära bergarter att det kan vara svårt att skilja på löst ytlager på berget och moränen. Inlandsisens komplicerade avsmältning i denna del av Skåne bidrar till att lermoränen på sina håll har avlagrats i flera skikt med mellanliggande sediment. (Aven, 1984)

8.1.4 Fältundersökningar

I detta arbete har inga fältundersökningar gjorts, utan befintliga undersökningar har använts. För att bestämma materialparametrarna för jorden har både geotekniska undersökningar och tidigare examensarbeten i området använts. För att kunna kontrollera modelleringarna mot verkligheten används mätdata från kontrollprogrammet för sättningar och horisontaldeformationer som finns för entreprenaden Malmö C Nedre. Vilka geotekniska undersökningar som använts och ett generellt resultat av dessa redovisas i avsnitt 8.1.4.1, medan de fältundersökningar som används från kontrollprogrammet redovisas i avsnitt 8.1.4.2.

8.1.4.1 Geotekniska fältundersökningar

Jordlagerföljden för entreprenaden Malmö C Nedre ser ut enligt Figur 8.3 nedan. Som väntat finns det att tjockare lager med lermorän. Tjockleken på detta lager varierar kraftigt mellan 2,5 till 6,5 meter. Då lermoränlagret är tunnare så finns det ett sedimentärt jordlager med en tjocklek på upp till 4 meter ovanpå lermoränen. När lermoränen är tjock finns inte detta sedimentära jordlager utan då ligger fyllningen som ligger överst direkt på lermoränen. Tjockleken på fyllningen är mellan 2 och 3 meter. (Citytunnel, 2003)



Figur 8.3. Figuren visar en principiell uppbyggnad av jordprofilen vid Malmö C Nedre (Lager och Persson, 2005).

Under lermoränen finns som väntat kalkberget, där de en till två översta meterna är mycket uppspruckna. Att berget är så uppsprucket här påverkar till stor del bergets hållfasthets- och deformationsegenskaper. Även permeabiliteten påverkas stort av det uppspruckna berget.

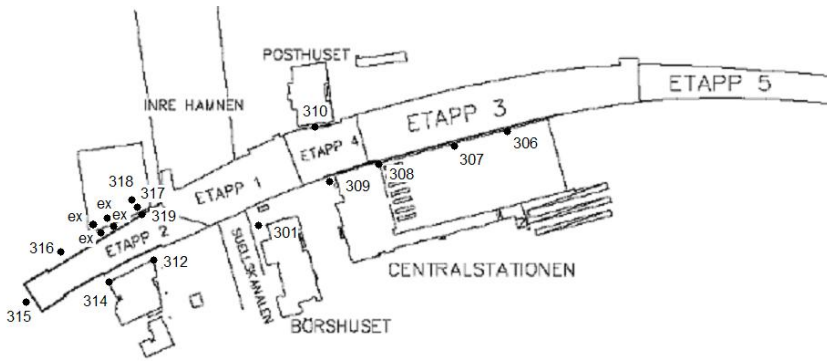
Köpenhamnskalkberget är på stora delar av entreprenadområdet 5 till 6 meter tjockt men i den västra delen av etapp 2 saknas det helt (Lager och Persson, 2005). Där Köpenhamnskalkstenen finns består gränsen mellan den och Limhamnskalkstenen av en näst intill horisontell sedimentationsgräns som på sina ställen har ett lerskikt som är upp till 10 cm tjockt. Det finns vertikala sprickor som är ondulerade och råa på ett avstånd av 10-50 cm även nere i Limhamnkalkstenen. (Citytunneln, 2003)

Utöver förfrågningsunderlaget har kompletterande geotekniska undersökningar gjorts i området (Citytunneln, 2003a). Det har även gjorts CTP-sonderingar för ett examensarbete (Lager och Persson, 2005) där panel 2-12 och 2-16 är installerade i etapp 2, se Figur 8.2. Alla dessa undersökningar tillsammans med ett examensarbete där permeabiliteten i jordlagren vid Centralstationen (Adolfsson, 2002) har använts för bestämning av jordens materialparametrar som används i arbetet och redovisas i avsnitt 8.2.

Då CPT-sonderingar är gjorda i panel 2-12 och 2-16 (Lager och Persson, 2005) i slitmuren skulle det passa att göra modellen i närheten av dessa så utvärdering av dessa kan användas för att bestämma jordlagerföljden. Det är även en fördel att göra modelleringen i detta område med tanke på att schakten är som djupast här. Att göra modelleringen på de slitmurar som ligger på norra sidan av schakten är även en fördel med tanke på att jorden här inte belastas av någon byggnad i direkt anslutning till schakten samt att det inte slås ner någon spont i närheten. När spontan slås ner störs nämligen jorden genom vibrationer som uppstår.

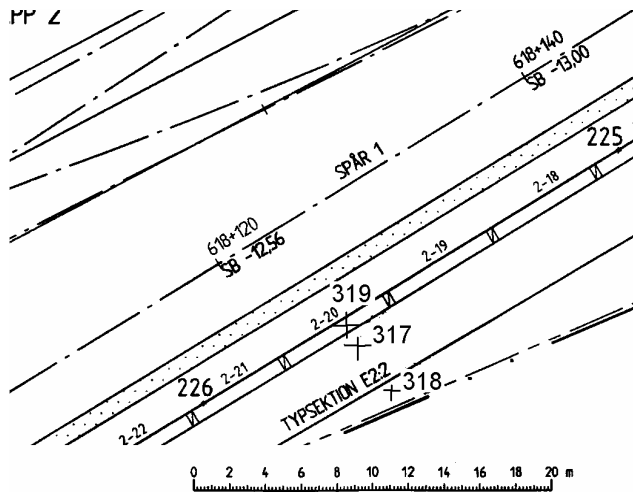
8.1.4.2 Fältundersökningar i kontrollprogrammet

I det kontrollprogram som finns för entreprenaden Malmö C Nedre mäts horisontalförskjutningar i ett antal punkter med hjälp av inklinometrar. Inklinometrar mäter ett inklinometerrörs lutning eller lutningsändring och om då rörets nedre ända är installerad i fast botten kan rörets förskjutning beräknas (Lager och Persson, 2005). Inklinometerrörets böjstyvhet anpassas så att det följer jordens rörelse. En schematisk ritning över var inklinometrarna vid entreprenaden Malmö C Nedre är placerade visas i Figur 8.4. Denna figur visar att det finns flera inklinometrar runt etapp 2 som är den djupaste delen av schakten i entreprenaden.



Figur 8.4. Figuren visar översikt över var inklinometerrören är installerade kring entreprenaden Malmö C Nedre. Inklinometerrörna markerade med "ex" ingick i ett tidigare examensarbete (Lager och Persson, 2005) medan de övriga ingår i det kontrollprogram som är upprättat för entreprenaden.

I Figur 8.4 är fyra inklinometerrör markerade med "ex", dessa ingick i ett tidigare examensarbete (Lager och Persson, 2005) förskjutningar registreras inte kontinuerligt i dessa längre. I övriga inklinometerrör registreras förskjutningar kontinuerligt. I Figur 8.5 visas en mer detaljerad ritning över inlinometerrör 317-318 där det kan ses att de ligger på rad från slitsmuren och utåt. Inklinometerrör 319 är installerat i slitsmuren, 317 är installerat 1 m utanför slitsmuren och 318 är installerat ytterligare 2,3 meter ut gör att förskjutningar kan erhållas på flera avstånd från slitsmuren från denna. Förskjutningar på flera avstånd från slitsmuren kan inte fås på andra ställen i enteprenad Malmö C Nedre, vilket gör att detta område passar för modelleringen med avseende på vilka kontroller av modellen som kan göras.



Figur 8.5. Figuren visar en närmare bild över området kring inklinometerrör 317-319.

8.2 Indata

Enligt resonemanget i avsnitt 8.1.4 görs modelleringen i panel 2-20 i slitsmuren, se Figur 8.5 då den både ligger nära CPT-sonderingarna och det där finns flera inklinometerrör med kontinuerliga mätningar. Modelleringen görs med de materialdata som redovisas i avsnitt 8.2.1 och med den arbetsgången som redovisas i avsnitt 8.2.2.

8.2.1 Materialdata

Alla paneler i slitsmuren i entreprenaden Malmö C Nedre görs 0,8 m tjocka och panelen 2-20 har sin underkant 17 m under markytan. För att inga randvillkor ska påverka modellen görs den något mer än dubbelt så djup som slitsmuren och underkant på modellen läggs 42,5 m under markytan. Med tanke på att den idealiserade modellen i kapitel 7, som var betydligt mindre, behövde göras 80 m lång för att randvillkoren inte skulle påverka modellen görs denna modell 100 m lång. Detta innebär även att i ytterkant på modellen infiltreras det utpumpade vattnet och grundvattnenytan är relativt opåverkad här.

Med hjälp av CPT-sonderingarna bestäms tjocklekarna på de olika jordlagren enligt Tabell 8.1 nedan. De två översta metrarna av kalkberget är söndervittrat och mycket uppsprucket, detta tillsammans med att Köpenhamnsledet är tunt i denna del av entreprenaden gör att de två översta två metrarna i kalkberget modelleras som en övergångszon. Även längre ner i berget finns det skillnader i hållfasthetsegenskaper, vilket gör att berget modelleras i två olika lager. Grundvattenytan i området följer havets yta då det ligger kring gränsen av ett tidigare havsområde som fyllts ut, havets yta ligger normalt på +0 m. Vattnets tunghet i området ska sättas till 10,1 kN/m³ (Citytunneln, 2003).

Tabell 8.1. Tabellen visar de ingående jordlagrens tjocklek (Lager och Persson, 2005).

Lager	Plushöjd ök	Plushöjd uk	Tjocklek (m)
Fyllning	+2,5	0	2,5
Sediment	0	-2	2
Lermorän	-2	-5,5	3,5
Övergång i kalkberg	-5,5	-7,5	2
Övre delen av kalkberget	-7,5	-25	17,5
Nedre delen av kalkberget	-25	-40	15

De materialparametrar för jorden som kommer att användas i modellen redovisas i Tabell 8.2. Alla dessa har inte tagits fram i de geotekniska undersökningarna utom tvärkontraktionstal, dilatationsvinkeln och vilojordtryckscoefficienten som valts utifrån erfarenhetsmässiga samband (Brinkgreve, 2004) (Z-soil user manuals, 2003) och fysikaliska tolkningar av materialparametrarna. Vid valet av vilojordtryckscoefficienten har det vägts in att lermoränen är överkonsoliderad med ett förkonsolideringstryck på 315 – 800 kPa.

Analys av jord och konstruktion i samverkan – Utvärdering av olika FE-program

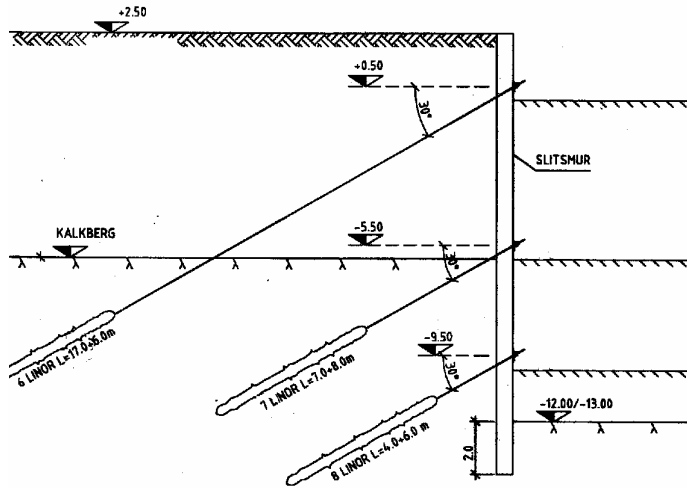
Tabell 8.2. Materialparametrar för jorden som används i jordmodellen (Lager och Persson, 2005 samt Citytunneln 2003).

	Fyll.	Sed.	LeMn	Övergång.	Övre kalkb.	Undre kalkb.
Tunghet över grundvattenytan (kPa)	18	18	19	18	21	21
Mättad tunghet (kPa)	20	21	21	21	21	21
Permeabilitet x-led (m/dag)	0,86	0,86	0,0086	345	1,782	43,2
Permeabilitet y-led (m/dag)	0,86	0,86	0,0086	69	0,436	8,64
Elasticitetsmodul (MPa)	20	25	40	100	1 000	1 000
Tvärkontraktionstal	0,25	0,25	0,25	0,2	0,15	0,15
Kohesion (kPa)	0	0	20	0	150	150
Friktionsvinkel (°)	30	32	30	42	46	46
Dilatationsvinkel (°)	1	2	5	10	5	5
Viljordtrycks-koefficient: K_0	0,5	0,47	1	1	2	2

Slitsmurens utseende visas i Figur 8.6, där kan ses att den stabiliseras av tre stag på +0,5 m, -5,5 m och -9,5 m. Under konstruktionen har dock en miss begåtts och det nedersta staget sitter nu på -11 m istället, vilket också är det som kommer att användas i modellen. Som tidigare nämnts är slitsmurens tjocklek 0,8 m och dess djup 17 m vilket innebär att dess botten ligger på -14,5 m. Slitsmuren är gjuten med C25/30 betong (Johansson och Bjelm, 2005) och har de elastiska materialparametrarna enligt Tabell 8.3.

Tabell 8.3. Tabellen visar slitsmurens materialparametrar (Johansson och Bjelm, 2005).

Tunghet (kPa)	24
Elasticitetsmodul (MPa)	32 000
Tvärkontraktionstal	0,2



Figur 8.6. Figuren visar slitsmuren och stagens geometri i området för panel 2-20 (Wood och Bjelm, 2006).

Stagens geometriska data och elastiska materialparametrar framgår av Tabell 8.4 och kan också ses till viss del i Figur 8.6. Infästningen av stagen i jorden görs genom injektering och kraftöverföringen till slitsmuren görs via ett hammarband av en U-profil. Varje stag består av flera linor som har en diameter på 13,85 mm och det är antalet linor i varje stag som bestämmer hur mycket staget ska förspännas. Då det finns skarvar mellan panelerna i slitsmuren sitter stagen inte på jämna avstånd från varandra eftersom de då skulle hamna för nära dessa skarvar. Eftersom modellen är tvådimensionell antas stagen sitta på jämna avstånd, därför anges i Tabell 8.4 bara ett medelavstånd mellan stagen för panel 2-20 som ska modelleras.

Tabell 8.4. Tabellen visar stagens geometriska data och materialparametrar.

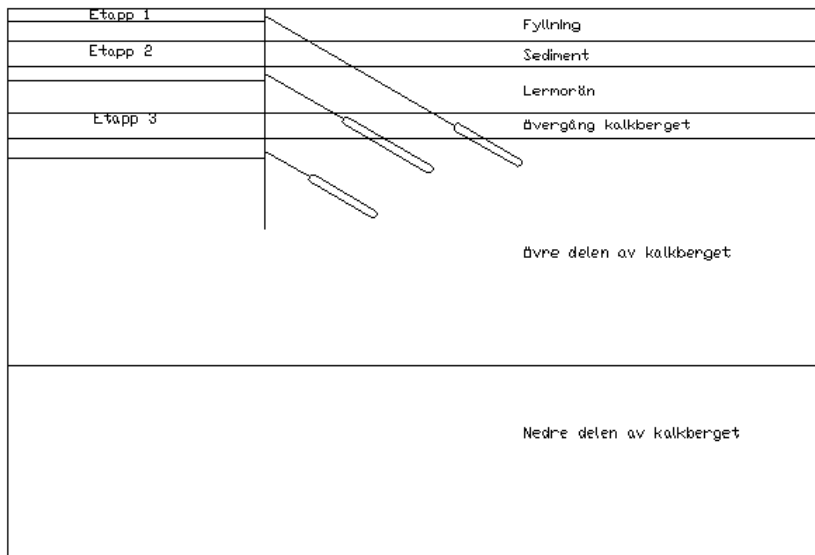
	Stag 1	Stag 2	Stag 3
Elasticitetsmodul (MPa)	195 000	195 000	195 000
Tvärkontraktionstal	0,3	0,3	0,3
Antal linor	6	7	8
Total area (m ²)	1,0888*10 ⁻³	1,2702*10 ⁻³	1,4517*10 ⁻³
Fri längd (m)	17	7	4
Injekteringslängd (m)	6	8	6
Medelstagavstånd (m)	3,4	1,7	1,7
Vinkel mot horisontalplanet (°)	30	30	30
Förspänningskraft (kN)	746	870	990

Figur 8.6 visar ritningen över slitsmuren i modellen. Tillsammans med de materialtjocklekarna som tagit fram i Tabell 8.1 bildas jordmodellen som visas i Figur 8.7. I denna figur visas även modellens arbetsgång som redovisas i avsnitt 8.2.2

8.2.2 Arbetsgång

För att erhålla en riktigt noggrann modell är det viktigt att modellera den exakta arbetsgången i projektet, i detta fall med en sådan avancerad entreprenad kan inte detta göras med tanke på tiden för arbetet. Arbetsgången ändras också efterhand som problem uppkommer i så här stora projekt, därför skulle det om modellerna använts som beslutsunderlag vara viktigt att ändra arbetsgången i modellen efterhand som den verkliga arbetsgången ändras.

Modellens arbetsgång har gjorts efter den information som funnits vid arbetets start och förenklingar är gjorda. Arbetsgången för modellen börjar efter installationen av slitsmuren, vilket innebär att de sättningar och horisontalförskjutningar som uppstår vid installationen inte ingår i beräkningarna. De horisontalförskjutningar som uppstår vid installationen har behandlats i ett tidigare examensarbete (Lager och Persson, 2005). Arbetsgången i modellen blir bara schakt ner till 0,5 m under stagnivån sedan installering och uppspanning av stagen för att sedan schakta ner till 0,5 m under nästa stagnivå och så fortsätter det ner till schaktbotten.



Figur 8.7. Figuren visar den modell som kommer att användas i modelleringen av slitsmuren.

8.3 Beräkningar

Modelleringen av slitsmuren görs i Z-soil och Plaxis men inte i ABAQUS. Detta eftersom det idealiserade fallet inte kunnat modelleras tillfredsställande med detta program då inläringen kräver mer tid än vad arbetet tillåter. Det kommer dock att göras två olika modelleringar i Plaxis och Z-soil, en i varje program där Mohr-Coulombs materialmodell används och en modellering med någon av de olinjära elasticitetsmodeller som erbjuds i de olika programmen. I Plaxis kommer en modellering att göras med Hardening Soil-modellen och i Z-soil kommer PEABs icke-linjära elastiska modell att användas,

8.3.1 Plaxis

Som tidigare nämnts kommer två modeller att göras i Plaxis med den enda skillnaden att jordmaterialmodellen byts från Mohr-Coulomb modellen, som är linjärelastisk idealplastisk, till Hardening soil modellen. Den senare modellen har en icke-linjär elasticitetsmodell och plastisk Mohr-Coulombmodell som tillåter materialet att hårdna eller mjukna under plastiska töjningar. Indata till båda modellerna ges i avsnitt 8.3.1.1.

8.3.1.1 Indata

Alla indata har beräknats eller valts utifrån de materialdata som finns att tillgå i avsnitt 8.2. Portalet (e) beräknas enligt ekvation (7.5) för jordmaterialen och sätts till 0,1 för bergmaterialen medan skjuvmodulen (G) och Ödometermodulen (E_{oed}) beräknas automatiskt enligt ekvation (4.1) och (4.2). Övriga parametrar har fått de defaultvärden som rekommenderas av Plaxis och inga parametrar skiftar med djupet inom ett jordlager. Dragspänningar tillåts uppkomma i lermoränen och kalkberget medan ett flytvillkor som inte tillåter dragspänningar läggs på de övriga materialen. Ytorna mot betongen har valts att modelleras med olika råhet för olika material, bergmaterialen har fått en högre råhet än jordmaterialen. Alla jordarters materialdata framgår av Tabell 8.5

Tabell 8.5. Tabellen visar vilka ingångsparametrar som använts vid den modellering där Mohr-Coulombs plasticitet tillämpas.

	Fyll.	Sed.	LeM	Övergång.	Övre kalkb.	Undre kalkb.
Materialtyp	Drän-erad	Drän-erad	Odrän-erad	Drän-erad	Drän-erad	Drän-erad
Tunghet över grundvattenytan γ_{unsat} (kN/m ³)	18	18	19	18	21	21
Mättad tunghet γ_{sat} (kN/m ³)	20	21	21	21	21	21
Permeabilitet x-led k_x (m/dag)	0,86	0,86	0,0086	345	1,782	43,2
Permeabilitet y-led k_y (m/dag)	0,86	0,86	0,0086	69	0,436	8,64
Initialt portal e_{init}	0,247	0,423	0,247	0,5	0,1	0,1
c_k	10 ¹⁵	10 ¹⁵	10 ¹⁵	10 ¹⁵	10 ¹⁵	10 ¹⁵
Elasticitetsmodul E_{ref} (MPa)	20	25	40	100	1 000	1 000
Tvärkontraktionstal ν	0,25	0,25	0,25	0,2	0,15	0,15
Skjuvmodul G_{ref} (MPa)	8	10	16	41,67	43,48	43,48
Ödometermodul E_{oed} (MPa)	24	30	48	111	1 056	1056
Kohesion c_{ref} (kPa)	0	0	20	0	150	150
Friktionsvinkel ϕ (°)	30	32	30	42	46	46
Dilatationsvinkel ψ (°)	1	2	5	10	5	5
Ytans råhet R_{inter}	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Normalkonsolideringskoefficient K_0	0,5	0,45	1	1	2	2

Inga fler parametrar har tagits fram genom undersökningar för att använda Hardening soil modellen i en modellering. De parametrar, utöver de ovan redovisade, som behövs i denna modell har räknats fram från de tidigare materialparametrarna enligt de instruktioner som finns i användarmanualen (Brinkgreve m fl, 2004) eller så har de

fått det av Plaxis rekommenderade default-värdet. De indataparametrar som behövs utöver de som används i Mohr-Coulomb-modellen redovisas i Tabell 8.6 nedan.

Tabell 8.6. Tabellen visar de materialparametrar som behövs i Hardening soil modellen utöver de som redovisas i tabell 8.5.

	Fyll.	Sed.	LeM	Över- gång.	Övre kalkb.	Undre kalkb.
Minsta portal e_{\min}	0	0	0	0	0	0
Största portal e_{\max}	999	999	999	999	999	999
Elasticitetsmodul E_{50}^{ref} (MPa)	20	25	40	100	1 000	1 000
Ödometermodul $E_{\text{oed}}^{\text{ref}}$ (MPa)	19,56	25	39,36	99,62	923	923
Power m	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Avlastningselasticitet- smodul E_{ur} (MPa)	60	75	120	300	3 000	3 000
Avlastnings- tvärkontraktionstal v_{ur}	0,25	0,25	0,2	0,2	0,15	0,15
Referenstryck- spänning p^{ref}	100	100	100	100	100	100
förkonsolideringstryck POP (kPa)	---	---	600	---	---	---

Slitsmuren modelleras i båda modellerna med linjärelastisk modell. De indataparametrar som används vid modelleringarna visas i Tabell 8.7. Tröghetsmomentet (I) per meter beräknas genom ekvation (7.2) där bredden (b) då blir en meter, detsamma gäller vid beräkningen av arean (A). Slitsmurens vikt beräknas som betongens vikt subtraherad med jordens vikt, detta för att slitsmuren inte får någon geometrisk utbredning då den modelleras med balkelement (Brinkgreve m fl, 2004).

Tabell 8.7. Tabellen visar de materialparametrar som används för att modellera slitsmuren i Plaxis.

Normalstyvhet EA (MN/m)	25,6
Böjstyvhet EI (MNm ² /m)	1,37
Tyngd w (kN/m/m)	4
Tvärkontraktionstal	0,15

Precis som i den idealiserade modellen kommer stagens fria längd att modelleras som ett stagelement medan injekteringen av stagen modelleras med ”Geogrid”-element som bara kan ta upp dragspänningar. För stagelementen anges materialdata per stag medan för ”Geogrid”-elementen anges materialdata per meter in i modellen.

Ingångsparametrarna för den fria delen av stagen redovisas i Tabell 8.8 och ingångsparametrarna för injekteringen anges i Tabell 8.9.

Tabell 8.8. Tabellen visar de materialparametrar som används för modellering av den fria delen av stagen i Plaxis.

	Stag nivå 1	Stag nivå 2	Stag nivå 3
Normalstyvhet (kN)	212316	283140	247691
Medelstagavstånd L_{spacing} (m)	3,40	1,70	1,70

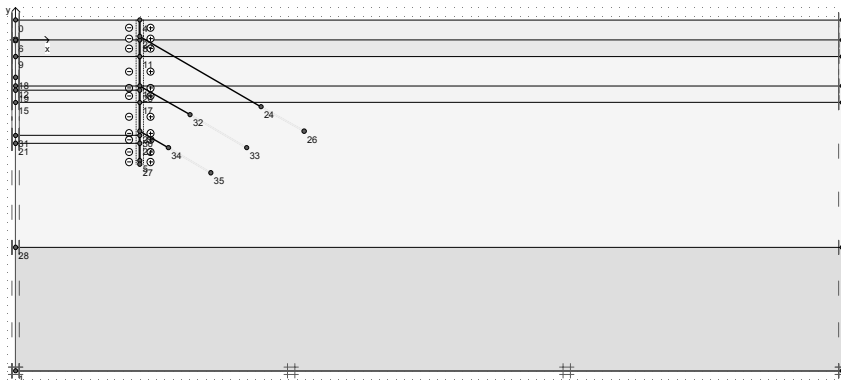
Tabell 8.9. Tabellen visar de materialparametrar som används för modellering av injekteringsdelen av stagen i Plaxis.

	Stag nivå 1	Stag nivå 2	Stag nivå 3
Dragstyvhet (kN)	62441	145710	166530

Vattnets tunghet i området antas vara $10,1 \text{ kN/m}^3$.

8.3.1.2 Geometri

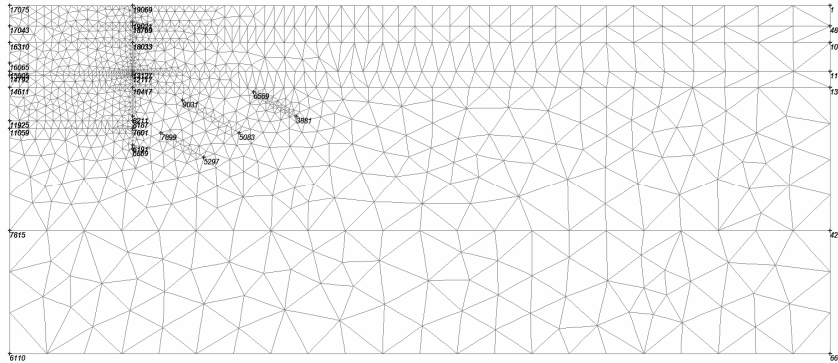
Jordmodellens geometri kan ses i Figur 8.8, där visas även de randvillkor som valts för förskjutningarna. Förskjutningsrandvillkoren sätts så att ytterkanten är låst i x-led, botten är låst i både x- och y-led samtidigt som symmetrilinjen är låst i x-led. För att inte randvillkoren ska påverka beräkningen har modellen gjorts 100 m lång. De olika färgerna i modellen representerar de olika jordmaterialen.



Figur 8.8. Figuren visar geometrin och förskjutningsrandvillkoren för modellen i Plaxis.

Slitsmuren modelleras med balkelement som representeras av den blå linjen i Figur 8.8. Stagen modelleras med stagelement som representeras av de lutande svarta linjerna i figuren och injekteringen modelleras med ”Geogrid”-element som representeras av de gula linjerna i figuren. ”Geogrid”-elementen kan bara ta upp dragspänningar och är kontinuerliga in i planet i modellen.

Det globala elementnätet görs med de rekommenderade 15-nodselementen som ”fine”, med förtätningar i schakten samt runt slitsmuren och injekteringselementen. Det elementnät som erhålls efter förfiningarna kan ses i Figur 8.9 nedan.



Figur 8.9. Figuren visar det elementnät som användes i Plaxis.

Grundvattenytan definieras på +0,0 m, alltså 2,5 m under markytan, i både modellen med Mohr-Coulombs materialmodell och med Hardening soil-modellen. Däremot definieras initialspänningarna på olika sätt i de olika modellerna. I den modell där Mohr-Coulombs materialmodell används genereras initialspänningarna med vanlig K_0 -analys där K_0 -värdet beskriver sambandet mellan horisontal och vertikalspänningar medan jordarternas och vattnets tunghet bestämmer de vertikala spänningarna. Då initialspänningarna genereras i den modell där Hardening soil jordmodellen används möjligheten att definiera ett förkonsolideringstryck (POP) som ökar spänningarna i jorden. Förkonsolideringstrycket visas i Tabell 8.6, eftersom det inte finns någon möjlighet att definiera det då Mohr-Coulombs jordmodell används, medan K_0 -värdet för de olika materialen ges i Tabell 8.5.

8.3.1.3 Beräkningssteg

Innan beräkningen börjat har initialspänningar i jorden genererats enligt avsnitt 8.3.1.2. Modelleringen görs i 8 beräkningssteg, där det första är installation av slitsmuren och det sista är schakt ner till schaktbotten. Inga säkerhetsberäkningar görs i denna beräkning. För att beräkningen ska få samma längd i den fiktiva tiden som Z-soil beräkningen kommer vissa beräkningssteg att göras i under två tidsenheter. Alla beräkningssteg i modellen med Mohr-Coulombs materialmodell görs som plastiska beräkningssteg utan ändringar i de iterativa inställningarna. I modellen med Hardening soil-materialmodeller har dock det tillåtna globala felet i iterationen ändrats från 0,001 till 0,002 för att beräkningen ska ta mindre tid.

Installering av slitsmur

I detta beräkningssteg aktiveras balkelementen som modellerar slitsmuren. Vid aktiveringen av dessa element aktiveras de utan att det uppstår störningar i jorden. Detta stämmer inte helt med verkligheten, utan mindre störningar uppkommer i jorden vid slitsmursinstallation och under 1 tidsenhet.

Schakt till första schaktnivån

Detta beräkningssteg görs under 2 tidsenheter och det enda som ändras i modellen är att det cluster som motsvarar schakten ner till första schaktnivån inaktiveras.

Installering och uppspanning av stag på nivå 1

I detta beräkningssteg aktiveras staget och injekteringen på stagnivå 1. Stagets förspänns också och i Plaxis anges förspänningen inte per stag utan per meter in i planet, vilket i detta fall blir 219 kN/m. Beräkningssteget görs under 1 fiktiv tidsenhet.

Schakt till andra schaktnivån

När detta beräkningssteg definieras sänks vattenytan i schakten ner till schaktbotten medan vattennivå i modellens ytterkant fortfarande behålls på +0 m. Eftersom detta innebär en grundvattenströmning in i schakten görs en ”steady-state” grundvattenberäkning för att erhålla portrycken i jorden i detta beräkningssteg. Utöver grundvattensänkningen inaktiveras också de cluster som representerar schakt ner till schaktnivå 2. Beräkningssteget görs under 2 tidsenheter.

Installering och uppspanning av stag på nivå 2

Detta beräkningssteg görs under 1 tidsenhet och aktiverar staget tillsammans med injekteringen på stagnivå 2 samtidigt som staget förspänns till 511 kN/m.

Schakt till tredje schaktnivån

I detta beräkningssteg sänks grundvattenytan i schakten ytterligare, nu ner till schaktnivå 3, även i detta beräkningssteg hålls grundvattenytan i ytterkant av modellen på +0 m och portrycken erhålls genom en ”steady-state” grundvattenberäkning. Clusterna som representerar schakt ner till schaktnivå 3 inaktiveras. Hela beräkningssteget görs under 2 tidsenheter.

Installering och uppspanning av stag på nivå 3

I detta beräkningssteg aktiveras staget och injekteringen på stagnivå 3 parallellt med att staget förspänns till 219 kN/m. Beräkningssteget görs under 1 fiktiv tidsenhet.

Schakt till schaktbotten

I detta beräkningssteg görs ytterligare en ”steady-state” grundvattenströmningsberäkning, denna gång sänks grundvattenytan till schaktnivå 4, som är schaktbotten, medan grundvattennivån i ytterkant behålls på +0 m. Inaktivering av det cluster som representerar schakt till schaktbotten görs också i detta beräkningssteg som är 2 tidsenheter långt.

8.3.2 Z-soil

Som tidigare nämnts görs två modeller i Z-soil med den enda skillnaden att jordmaterialmodellen i lermoränen byts från Mohr-Coulomb-modellen, som har ett linjärelastiskt samband i den elastiska delen av materialbeteendet, till PEABs ickelinjära elastiska modell. Denna modell använder sig av sekantmodulen som beräknas om i varje beräkningssteg istället för elasticitetsmodulen samtidigt som den har samma plastiska beteende som Mohr-Coulombs materialmodell. Indata till båda modellerna ges i kapitel 8.3.2.1 nedan.

8.3.2.1 Indata

Alla indata har beräknats eller valts utifrån de materialdata som finns att tillgå i kapitel 8.2. Portalet (ϵ) beräknas enligt ekvation (7.5) för jordmaterialen och sätts till 0,1 för bergmaterialen. Övriga parametrar har fått defaultvärden från Z-soil. Dragspänningar tillåts uppkomma i lermoränen och kalkberget medan Rankines flytvillkor som inte tillåter dragspänningar läggs på de övriga materialen. Alla jordarters materialdata framgår av Tabell 8.10.

Tabell 8.10. Tabellen ger alla ingångsvarden för de olika jordlagren i Mohr-Coulombs jordmodell.

	Fyll.	Sed.	LeM	Över- gång.	Övre kalkb.	Undre kalkb.
Elasticitetsmodul E (MPa)	20	25	40	100	1 000	1 000
Tvärkontraktionstal ν	0,25	0,25	0,25	0,2	0,15	0,15
Tunghet ovan grundvattenytan γ_D (kN/m ³)	18	18	19	18	21	21
Grundvattnets tunghet γ_F (kN/m ³)	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1
Initialportal e_0	0,247	0,423	0,247	0,5	0,1	0,1
Permeabilitat i x-led K_x (m/dag)	0,86	0,86	0,0086	345	1,782	43,2
Permeabilitat i y-led K_y (m/dag)	0,86	0,86	0,0086	69	0,436	8,64
Kohesion c (KPa)	0	0	20	0	150	150
Friktionsvinkeln ϕ (°)	30	32	30	42	46	46
Dilatationsvinkel ψ (°)	1	2	5	10	5	5
Normalkonsolideringskoefficienten K_0	0,5	0,47	1	1	2	2

I den modell där Peabs icke linjära materialmodell används för att modellera lermoränen används inte längre elasticitetsmodulen i Tabell 8.10 utan nu beräknas en sekantmodul för varje beräkningssteg. De extra indata som ges för lermoränen redovisas i Tabell 8.11 och har valts med hjälp av sambanden som redovisas i avsnitt 5.2.3 och efter inrådan av Ekdahl, 2006.

Tabell 8.11. Tabellen visar de indata som styr den elastiska delen i Peabs icke linjära elastiska materialmodell när den används för modellering av lermoränen.

Konstanten K_1	949 000
Konstanten K_2	0,46
Konstanten K_3	0,44
Konstanten K_4	0,25
Tvärkontraktionstal ν	0,3
Den ekvivalenta referensspänningen p_{ref} (kPa)	1 000
Minsta värde för den ekvivalenta tryckspänningen p_L (kPa)	10
Konstanten ξ	0,1
In-situ deviatorspänningen x_0 (kPa)	0,1

Slitsmuren modelleras med balkelement och i Z-soil anges balkelementens materialparametrar genom att välja materialet balk. I modellen modelleras balken med en linjärelastisk materialmodell och har fått indataparametrarna som redovisas i Tabell 8.12.

Tabell 8.12. Tabellen visar de materialdata som slitsmuren ges i Z-Soil.

Elasticitetsmodul E (MPa)	32 000
Tvärkontraktionstal	0,15
Tunghet γ (kN/m ³)	24
Avstånd ur planet mellan balkarna (m)	1
Tvärsnittsarea A_x (m ²)	0,8
Tvärsnittsarea A_y (m ²)	0,8
Tröghetsmoment (m ⁴)	0,04267

Stagen och injekteringen modelleras som stagelement och även deras materialparametrar anges genom att välja ett speciellt material, i detta fall stag. Eftersom stagen har olika diameter i olika stagnivåer skapas tre olika stagmaterial, ett för varje nivå. De olika stagens indataparametrar redovisas i Tabell 8.13. Att tungheten sätts till 0 beror på att staget är så tunt att tyngden ändå inte kommer att påverka modellen nämnvärt.

Tabell 8.13. Tabellen visar de materialdata som stagen ges i Z-soil.

	Stag nivå 1	Stag nivå 2	Stag nivå 3
Elasticitetsmodul E (MPa)	195 000	195 000	195 000
Tunghet γ (kN/m ³)	0	0	0
Tvärsnittsarea A (m ²)	1,0888*10 ⁻³	1,2702*10 ⁻³	1,4517*10 ⁻³
Medelintervall mellan stagen in i planet	3,4	1,7	1,7

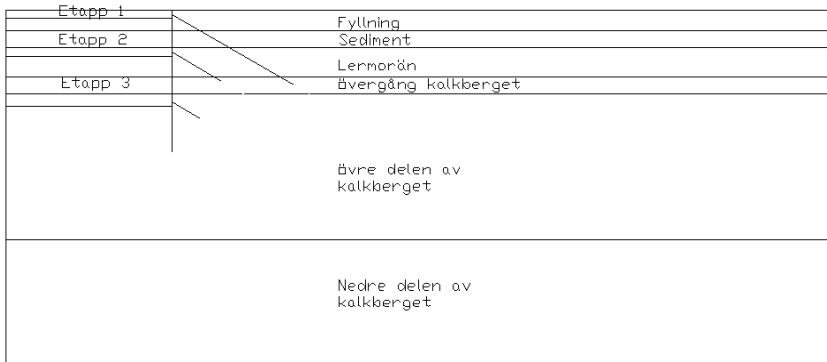
Ytorna definieras som egna material i Z-soil vilket innebär att ytans egenskaper kan styras utan att jordens egenskaper behöver ändras. Ytornas materialparametrar redovisas i Tabell 8.14 och där kan ses att ingen yta har fått någon kohesion, detta enligt resonemanget i avsnitt 3.6. Detta innebär att samverkan mellan betongen och omkringliggande jord bara sker med hjälp av friktion.

Tabell 8.14. Tabellen visar materialparametrarna för ytorna mellan betongen och de olika jordarterna.

	Fyll.	Sed.	LeM	Över- gång.	Kalkb.
K_n Multiplikator	1	1	1	1	1
K_v/K_n	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Grundvattnets tunghet (kN/m^3)	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1
Friktionsvinkel φ ($^\circ$)	16	16	15	23	31
Dilatationsvinkel ψ ($^\circ$)	0	0	0	0	0
Kohesion c (kPa)	0	0	0	0	0

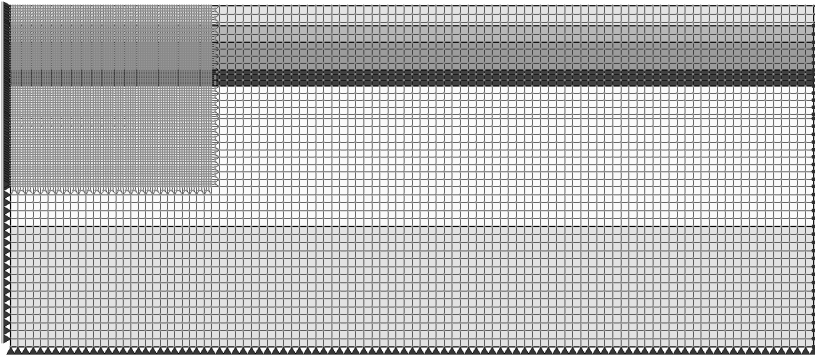
8.3.2.2 Geometri

När modellen i Z-soil byggs upp få den samma utseende som i Plaxis, jämför Figur 8.8 och Figur 8.10, men i Z-soil byggs hela geometrin genom att användaren ritat elementnätet. Inga element får gå över de geometriska gränser där materialen ändrar egenskaper eller ska inaktiveras och aktiveras i olika steg. Balkarna måste även ha noder där stagen ska anslutas, däremot behövs inga noder i jorden på de ställen där stagelementen ska anslutas mot jorden. För att uppnå detta ritas först modellen upp med alla geometriska gränser, se Figur 8.10. I och omkring schakten har elementen gjorts mindre än i övriga modellen eftersom mindre element ökar beräkningens precision och det är i denna del av modellen de uppstår störst deformationen. Förhållandet mellan de stora och små elementen är 1:3 eftersom det finns en funktion i Z-soil som skapar övergångar från 1 till 3 element och tvärtom.



Figur 8.10. Figuren visar modellens geometri som den modelleras i Z-soil.

Slitsmuren modelleras med balkelement med samma längd som intilliggande jordelements höjd. Stagen modelleras med ett stag för den fria längden medan injekteringen modelleras med 0,5 m långa stagelement. Elementnätet och jordarternas tjocklek visas i Figur 8.11 där även förskjutningsrandvillkoren visas.



Figur 8.11. Figuren visar geometrin för modellen som använts i Z-soil, här visas både elementnätet och randvillkoren för modellen.

Modellen är låst i både x- och y-led i botten och i x-led för både ytterkanten och symmetrilinjen. Grundvattentillståndet fås genom att ett hydrostatiskt vattentryck läggs på noderna i ytterkanten. Detta hydrostatiska tryck är noll 2,5 meter ner i modellen, alltså på +0 m, och ökar sedan med djupet. Det skapas även randvillkor där vattentrycket är 0 kPa i noderna på schaktnivå 2, 3 och 4. Dessa kommer sedan att styras med existensfunktioner så de bara är aktiva i de beräkningssteg när schakten är på denna nivå.

8.3.2.3 Beräkningssteg

Tabell 8.15 visar hur beräkningen i Z-soil görs för modellen där Mohr-Coulombs materialmodell används för alla jordarter och Tabell 8.16 visar detsamma för den modell där Peabs icke linjära materialmodell används för lermoräna. Först görs ett "initial state"-steg för att beräkna de spänningar som finns i jorden innan modelleringen börjar. Sedan görs 12 lastdrivna steg där själva simuleringen görs. Stora ändringar och mer komplicerade materialmodeller i modellen kräver mindre inkrement därför görs modellerna med olika inkrementstorlek. Inkrementstorleken påverkar hur lång tid det tar att beräkna en modellering, stora inkrement ger kortare beräkningstid. Ingen säkerhetsanalys görs i modellerna.

Tabell 8.15. Tabellen visar de beräkningssteg som genomförs i modellen där bara Mohr-Coulombs materialmodell används vid modelleringen i Z-soil.

Nr	Beräkningssätt	Beräkningstyp	Start	End	Inkrement
1.	”Initial state”		0,5	1	0,1
2.	Tidsberoende	Lastdriven	1	3	0,5
3.	Tidsberoende	Lastdriven	3	4	0,1
4.	Tidsberoende	Lastdriven	4	6	0,2
5.	Tidsberoende	Lastdriven	6	7	0,1
6.	Tidsberoende	Lastdriven	7	9	0,2
7.	Tidsberoende	Lastdriven	9	10	0,1
8.	Tidsberoende	Lastdriven	10	12	0,2

Tabell 8.16. Tabellen visar de beräkningssteg som genomförs i modellen där Peabs ickelinjära elastiska materialmodell används i lermoränen vid modelleringen i Z-soil.

Nr	Beräkningssätt	Beräkningstyp	Start	End	Inkrement
1.	”Initial state”		0,5	1	0,1
2.	Tidsberoende	Lastdriven	1	5	0,2
3.	Tidsberoende	Lastdriven	5	6	0,01
4.	Tidsberoende	Lastdriven	6	7	0,01
5.	Tidsberoende	Lastdriven	7	9	0,1
6.	Tidsberoende	Lastdriven	9	10	0,05
7.	Tidsberoende	Lastdriven	10	12	0,1

8.3.2.4 Existensfunktioner

För att beskriva arbetsgången vid byggandet av schakten vid modellering i Z-soil används existensfunktioner. Dessa talar om under vilka beräkningssteg som elementen, lasterna eller randvillkoren ska finnas med i modellen. De existensfunktioner som använts i de båda modelleringarna redovisas i Tabell 8.17. Namnet förklarar till vilka element eller vilket randvillkor som existensfunktionen hör.

Tabell 8.17. Tabellen visar vilka existensfunktioner som använts vid modelleringen.

Nr	Namn	Existerar mellan beräkningssteg
1.	Kontinuiteten över slitsmuren	0-1
2.	Elementen i slitsmuren	1-12
3.	Kontaktytan för slitsmurens yta där ingen schaktning sker	1-12
4.	Elementen i schakt 1	0-2
5.	Randvillkoret grundvattensänkning till schaktnivå 1	2-4
6.	Kontaktytan mellan slitsmuren och elementen i schakt 1	1-2
7.	Elementen i stag och injektering på stagnivå 1	3-12
8.	Kraften som förspänner staget på nivå 1	3-4
9.	Elementen i schakt 2	0-5
10.	Randvillkoret grundvattensänkning till schaktnivå 2	4-7
11.	Kontaktytan mellan slitsmuren och elementen i schakt 2	1-5
12.	Elementen i stag och injektering på stagnivå 2	6-12
13.	Kraften som förspänner staget på nivå 2	6-7
14.	Elementen i schakt 3	0-8
15.	Randvillkoret grundvattensänkning till schaktnivå 3	7-10
16.	Kontaktytan mellan slitsmuren och elementen i schakt 3	1-8
17.	Elementen i stag och injektering på stagnivå 3	9-12
18.	Kraften som förspänner staget på nivå 3	9-10
19.	Elementen i schakt 4	0-11
20.	Randvillkoret grundvattensänkning till schaktnivå 4	10-12
21.	Kontaktytan mellan slitsmuren och elementen i schakt 4	1-11

8.3.2.5 Lastfunktioner

I Z-soil används lastfunktioner för att styra hur stor del av lasten som ska finnas med i beräkningen vid varje tidpunkt. När denna modell görs i Z-soil används sju lastfunktioner, se Tabell 8.18, dessa används för att beräkningarna ska konvergera utan alltför många iterationer då bortschaktningen av jorden och förspänningen av stagen modelleras. Som tidigare nämnt görs en linjär interpolation av programmet mellan de definierade punkterna.

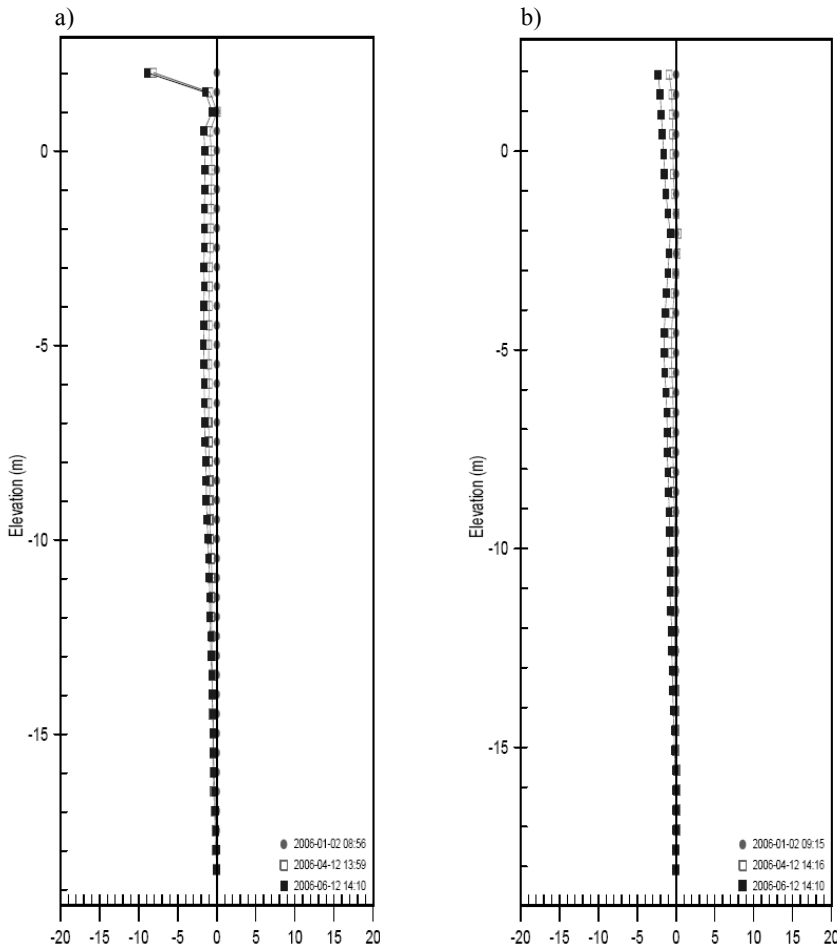
Tabell 8.18. Tabellen visar de lastfunktioner som används vid modelleringen i Z-soil.

Nr		Punktnummer	Beräkningssteg	Funktionens värde
1.	Elementen i schakten	1	0	1
	ner till schaktnivå 1	2	2	1
		3	3	0
2.	Förspänning av stagen	1	0	0
	på stagnivå 1	2	3	0
		3	3,8	1
3.	Elementen i schakten	1	0	1
	ner till schaktnivå 2	2	5	1
		3	6	0
4.	Förspänning av stagen	1	0	0
	på stagnivå 2	2	6	0
		3	6,9	1
5.	Elementen i schakten	1	0	1
	ner till schaktnivå 3	2	8	1
		3	9	0
6.	Förspänning av stagen	1	0	0
	på stagnivå 2	2	9	0
		3	9,9	1
7.	Elementen i schakten	1	0	1
	ner till schaktnivå 4	2	11	1
		3	12	0

8.4 Fältdata

Modelleringen är gjord i panel 2-20, se avsnitt 8.1.4.2, eftersom där fanns tre inklinometrar som mättes, dessa mäts för hand och inte lika ofta som de automatiska, fördelen var dock uppenbar då där stod tre på rad nära slitsmuren. Tyvärr har dock inte mätningar från alla inklinometrarna kunnat erhållas utan bara mätningar från två av dem. De två inklinometrar som mätningar erhållits från är 317 och 318 som är de som står i marken bakom slitsmuren. Resultatet från dessa mätningar redovisas i Figur 8.12. Tyvärr har bara dessa båda diagram erhållits i ej redigerbart format, vilket gör att det är svårt att läsa av exakta värden ur diagrammen och ingen data som kan placeras in i samma diagram som resultaten från beräkningarna. Detta gör att de deformationer från fältdata som används för jämförelse med beräkningarna bara är ungefärliga.

Mätningarna i dessa är gjorda 2 januari, 12 april och 12 juni 2006. Mätningen den 2 januari var den så kallade nollmätningen, den mätning som kontrollerar inklinometerrörets lutningar när jorden är orörd. Den 12 april var schakten nere på första schaktnivån och stagen på första stagnivån var installerade och men inte uppspända. Den 12 juni var schakten kring andra schaktnivån men stagen var inte installerade. Efter det är schakten nere på schaktnivå 3 och stagen på stagnivå 3 installerades 1 augusti, men är i skrivande stund inte uppspända. Det har heller inte gjorts fler mätningar i inklinometer 317 och 318 efter 12 juni.



Figur 8.12. Figuren visar de inlinometermätningar som har erhållits för kontroll av beräkningarna. I diagrammet i a) visas inlinometermätningarna från inklinometer 317 och i b) från inklinometer 318. (Lindh, 2006)

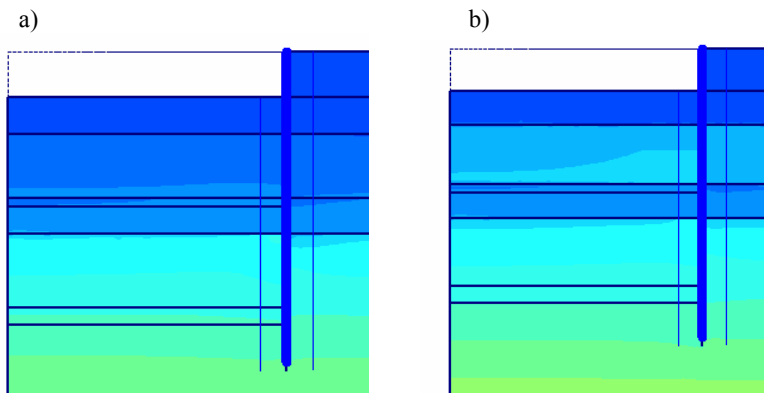
8.5 Resultat

Eftersom denna beräkning är större än den i det idealiserade fallet, fler beräkningssteg, finns det fler delresultat i denna beräkning. Det finns ingen möjlighet att visa upp lika många resultatet av alla beräkningsstegen som i modelleringen i det idealiserade fallet. I detta kapitel presenteras därför resultat som skiljer sig markant från varandra i de olika modellerna. Några ytterligare resultat som kan belysa viktiga saker i FE-modellering eller i just dessa modelleringar presenteras också.

8.5.1 Spänningar i jorden

Vid genereringen av de viktiga initialspänningarna ger alla fyra modellerna spänningar som ökar med djupet. Plaxis ger exakt samma som en handberäkning medan Z-soil ger något högre spänningar i kalkberget, den största vertikala effektivspänningen i Plaxis modeller blir 481 kPa medan motsvarande spänning i Z-soil blir 507 kPa i Z-soil. Denna skillnad beror på att tungheten i Plaxis anges som tunghet ovan grundvattenytan och mättad tunghet medan Z-soil beräknar tungheten beroende på porositeten och mättnadsgraden i jorden. I jordmaterialen har portalet angetts efter beräkning från den mättade tungheten och tungheten ovan grundvattenytan medan dessa har angetts vara samma i kalkberget och det ändå har angetts ett portal för kalkberget.

Efter schakt 1 börjar skillnad i spänningar i de olika modellerna uppstå, den modell som skiljer sig från de övriga är Hardening soil-modellen i Plaxis. De effektiva vertikalspänningarna har fortfarande samma utseende men de effektiva horizontalspänningarna skiljer sig något i utseende. Skillnaderna mellan de båda Plaxismodellerna visas i Figur 8.13 och beror på att förkonsolideringsspänningen har kunnat anges i Hardening soil-modellen. Detta borde ge att Hardening soil-modellen stämmer något bättre överens med verkligheten än de andra modellerna.



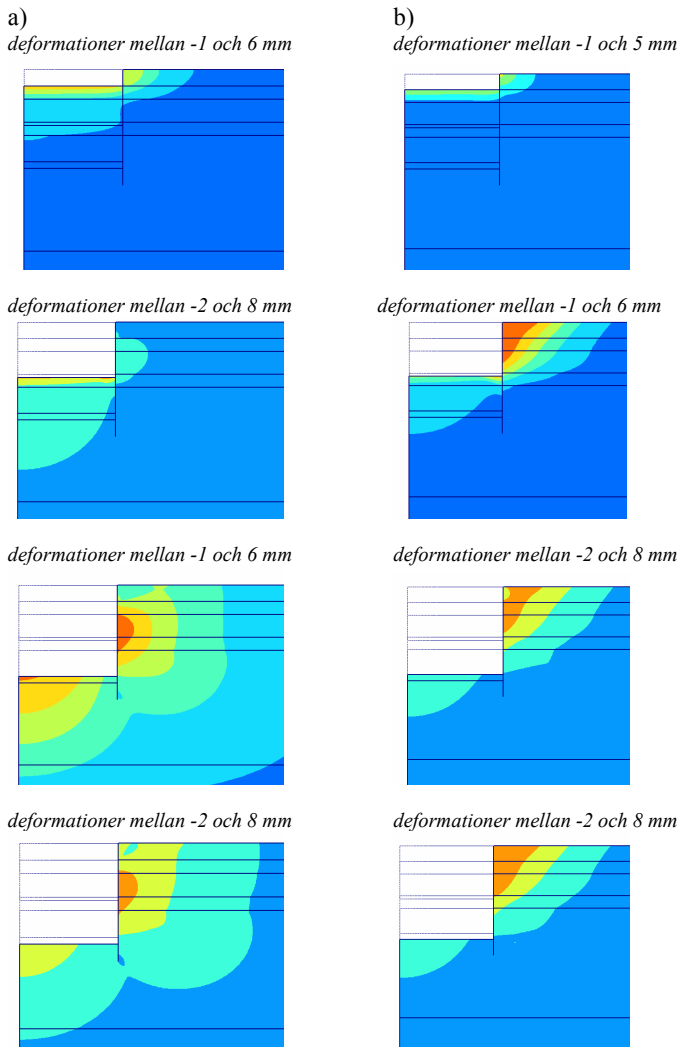
Figur 8.13. Figuren visar i a) horizontalspänningarna i schakten för Mohr-Coulomb-modellen och i b) för "Hardening soil"-modellen.

I övriga beräkningssteg kan ingen större skillnad urskiljas mellan de olika modellerna, det kan dock påpekas att även i dessa modeller är spänningskoncentrationerna som uppkommer kring slitmursbotten i de senare beräkningsstegen större i Z-soils modeller än i Plaxis modeller. Vilka punkter som plasticerar redovisas inte trots att det finns stora skillnader. Speciellt skiljer sig Hardening soil-modellen som har en Cap flytgräns som uppnås i flera punkter i varje beräkningssteg, denna Cap flyttar sig då och en hårdande plasticitet uppnås.

8.5.2 Deformationer i jorden

När de totala deformationerna i jorden visas för hela modellerna kan det ses att deformationerna i Hardening soil-modellen får ett annat utseende än de övriga modellerna. Hardening soil-modellen ger större deformationer i jorden bakom slitmuren än de övriga, det kan även ses att Hardening soil-modellen ger störst deformationer i markytan medan de övriga ger störst deformation nere i lermoränen. Deformationerna kring schakten efter de beräkningssteg där schaktning genomförts visas för de båda Plaxismodellerna i figurerna i Figur 8.14.

De modeller som gjorts i Z-soil har i stort sett samma utseende på deformationer som Plaxis Mohr-Coulomb modell men det skiljer sig dock lite i storleken. De båda Mohr-Coulomb modellerna får samma deformationer i alla beräkningssteg utom vid schaktningen genom lermoränen där Plaxis ger större deformationer. Detta beror troligtvis på de olika sätten att definiera ytornas egenskaper som i Plaxis har fått en kohesion som inte finns med i Z-soil. Z-soils modell med Peabs icke linjära modell ger förskjutningar där den största förskjutningen är ungefär 1 mm mindre än Mohr-Coulomb modellerna.

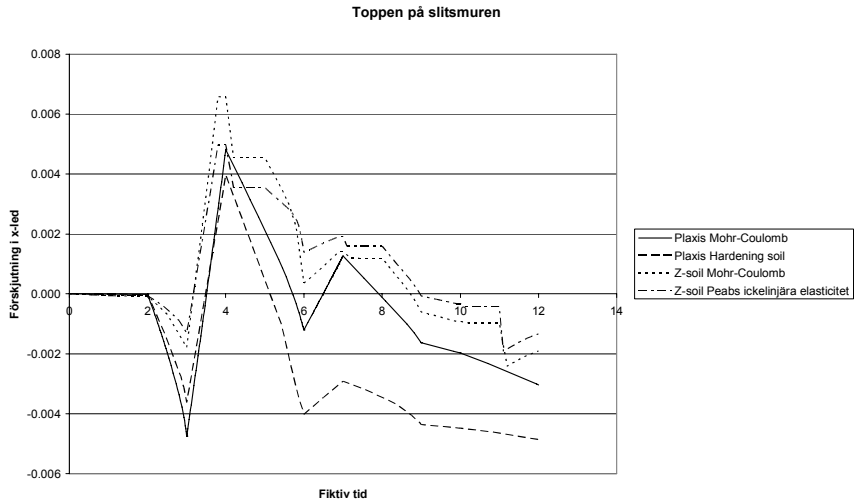


Figur 8.14. Figuren visar hur de totala deformationerna skiljer sig åt i de olika Plaxismodellerna. I a) visas Mohr-Coulomb modellen efter de olika skaktstegen och i b) visas motsvarande figurer för Hardening soil-modellen.

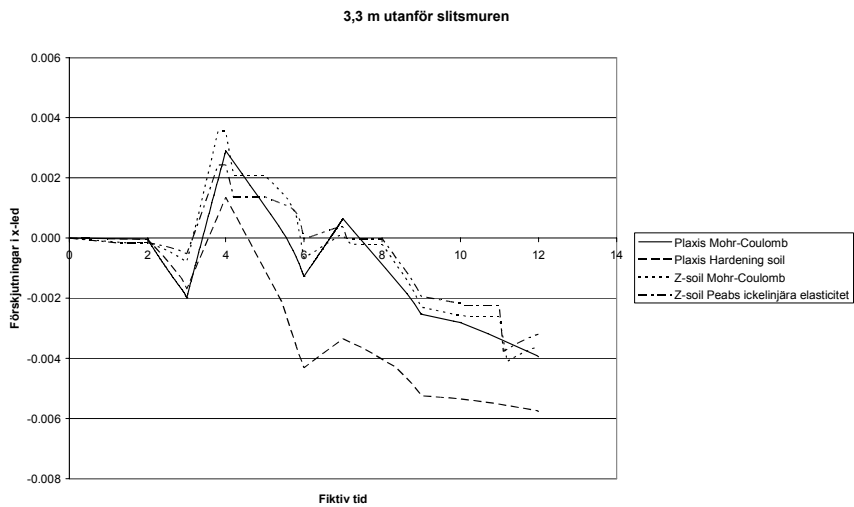
Figur 8.15 visar hur horisontaldeformationerna utvecklas med tiden i tre valda punkter. I figur a), som visar deformationerna i toppen på slitsmuren, och figur b), som visar deformationerna i markytan 3,3 m bakom slitsmuren, kan det ses att horisontaldeformationerna i och bakom slitsmuren är större för Hardening soil-modellen än de övriga beräkningsstegen. Hardening soil modellen ger dock mindre horisontaldeformationer i början av beräkningen och, som figur c) visar, i botten på slitsmuren. Dock påverkar de olika sätten att modellera botten på slitsmuren

deformationerna i detta område vilket även det kan ses i figur c) då Plaxis generellt har mindre deformationer än Z-soil.

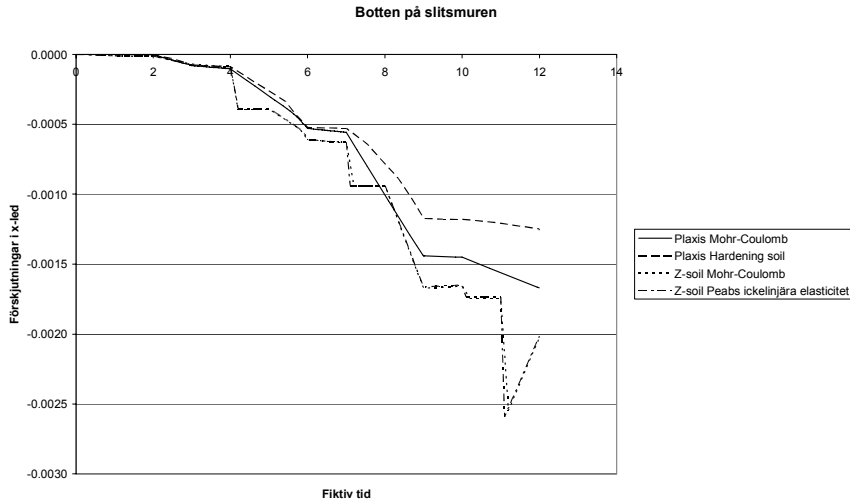
a)



b)



c)

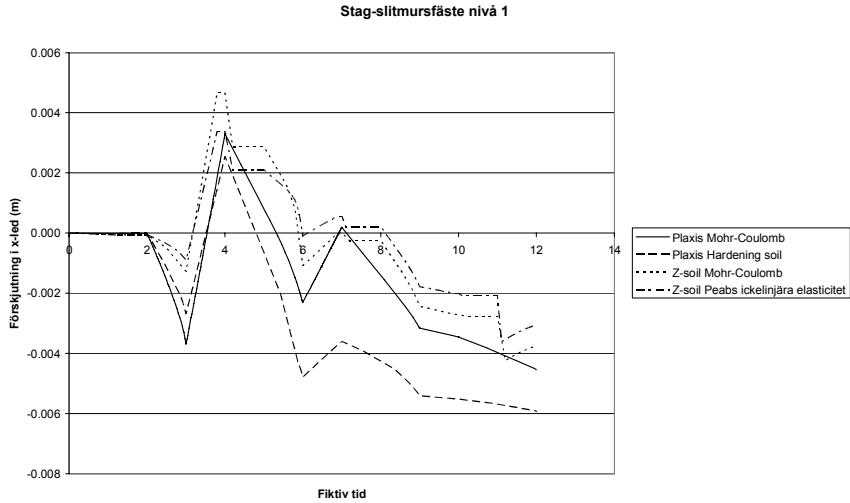


Figur 8.15. Figuren visar hur horisontaldeformationerna utvecklas med tiden. I a) visas toppen på slitsmuren, i b) visas en punkt 3,3 m bakom slitsmuren och i c) visas botten på slitsmuren.

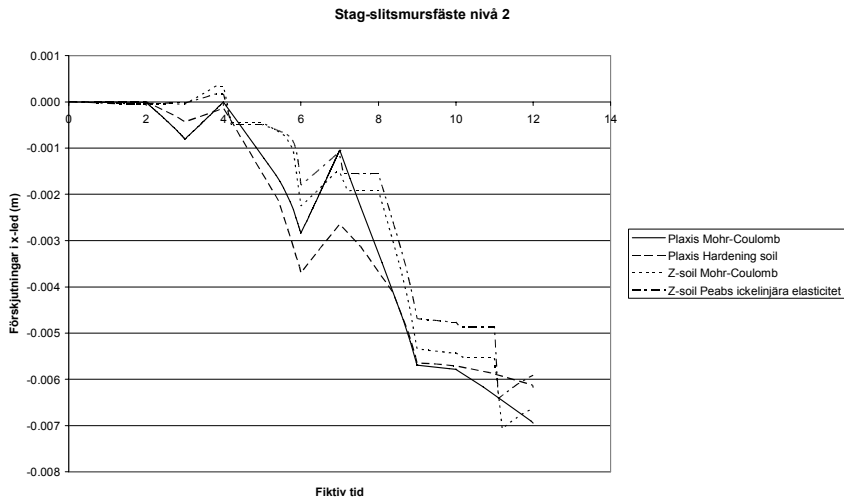
Det kan vara värt att påpeka att deformationerna i beräkningarna är ytterst små då schakten är så stor, detta har dock varit målet i projektet då det ligger skyddsvärda byggnader runt entreprenaden. Största horisontaldeformation i markytan ger som sagt var Hardening soil-modellen och de största horisontaldeformationerna uppkommer givetvis vid klar schakt. I toppen på slitsmuren ger Hardening soil-modellen en horisontaldeformation på 4,9 mm och 3,3 m utanför slitsmuren är horisontaldeformationerna 5,7 mm. Detta visar att det inte bara är viktigt att kontrollera deformationerna i slitsmuren utan även utanför denna då den kan vara större där.

Motsvarande diagram som visar horisontaldeformationerna i stag-slitsmursfästerna visar bara tydligare att deformationerna i Hardening soil-modellen är större i ytan och mindre på djupet än i de övriga modellerna. Detta visas genom att horisontaldeformationerna i Hardening soil-modellen är större än de övriga på stagnivå 1, på stagnivå 2 ger alla modeller samma förskjutningar och på stagnivå 3 ger Hardening soil mindre deformationer än de övriga, se i Figur 8.16.

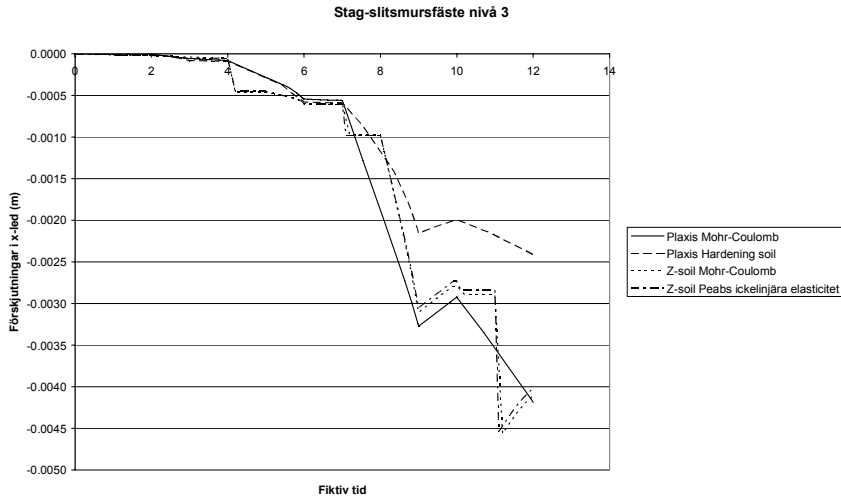
a)



b)



c)

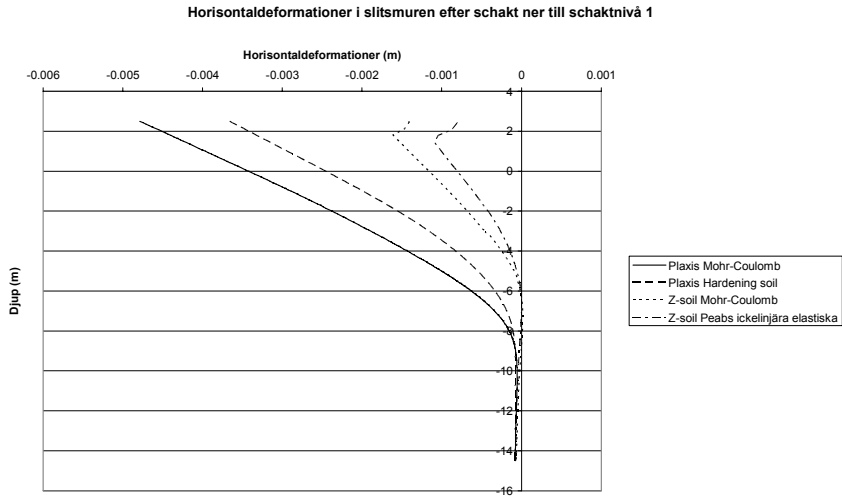


Figur 8.16. Figuren visar hur horisontaldeformationerna varierar i tiden i de olika stag-slitmursfästerna. I a) visas stagnivå 1, i b) visas stagnivå 2 och i c) visas stagnivå 3.

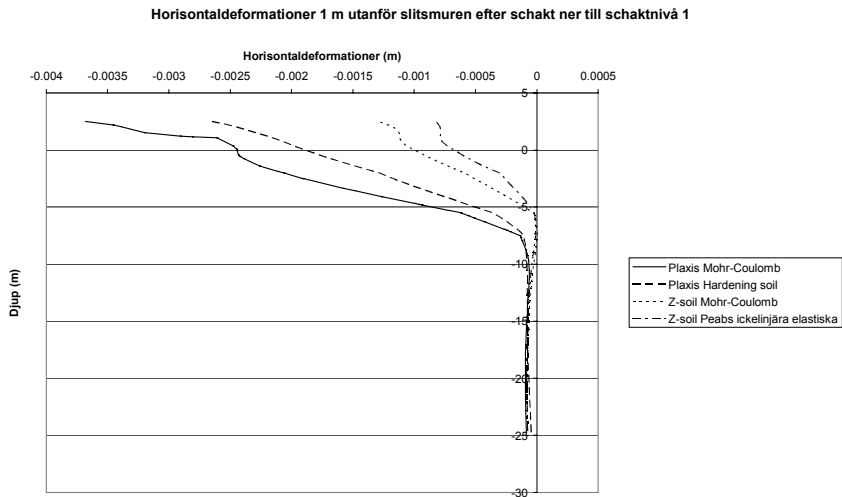
Detta tyder på att deformationerna i jorden blir mindre vid små belastningar och större vid stora belastningar i Hardening soil-modellen än i de modellerna med linjär elasticitet. Detta kan förklaras med att elasticitetsmodulen i Hardening soil-modellen minskar med ökande belastning, se kapitel 4.2.3. Detta är en noggrannare beskrivning av jordens beteende än en linjärelastisk modell. I modellen med Peabs ickelinjära elastiska modell används den ickelinjära jordmodellen bara på lermoränen. Peabs ickelinjära elastiska modell gav ytterligare mindre förskjutningar än Mohr-Coulomb-modellerna.

De deformationer som beräkningen ger i inklinometerrören visas i Figur 8.17 efter schakt till schaktnivå 1, vilket motsvaras av mätningarna den 12 april även om stagen då var installerade men inte förspända. Figur 8.17 visar motsvarande efter schakt till schaktnivå 2 som motsvaras av mätningarna den 12 juni. Tyvärr har inte mätdata erhållits i sådant format att det kan läggas i samma diagram vilket gör det svårt att kontrollera beräkningarna riktigt.

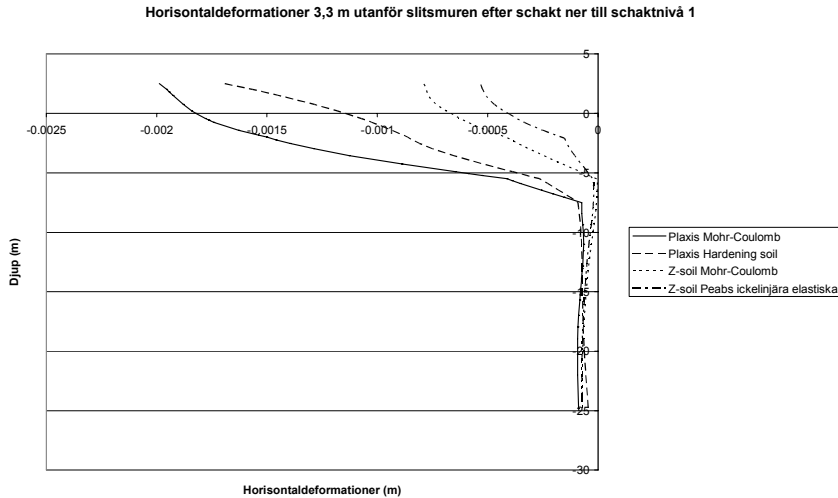
a)



b)



c)

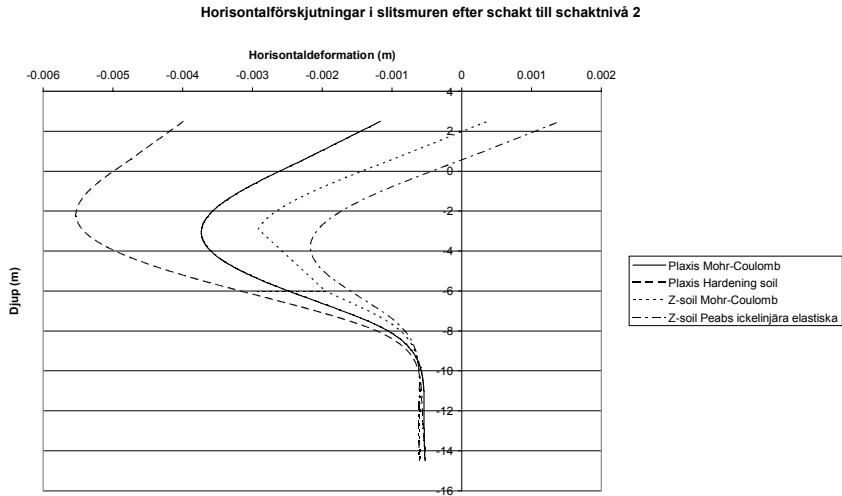


Figur 8.17, Figuren visar horisontaldeformationerna plottade mot djupet på motsvarande sätt som erhålls vid inklinometermätningar efter schakt ner till schaktnivå 1. a) är från slitsmuren, b) är taget 1 m utanför slitsmuren och c) 3,3 m utanför slitsmuren.

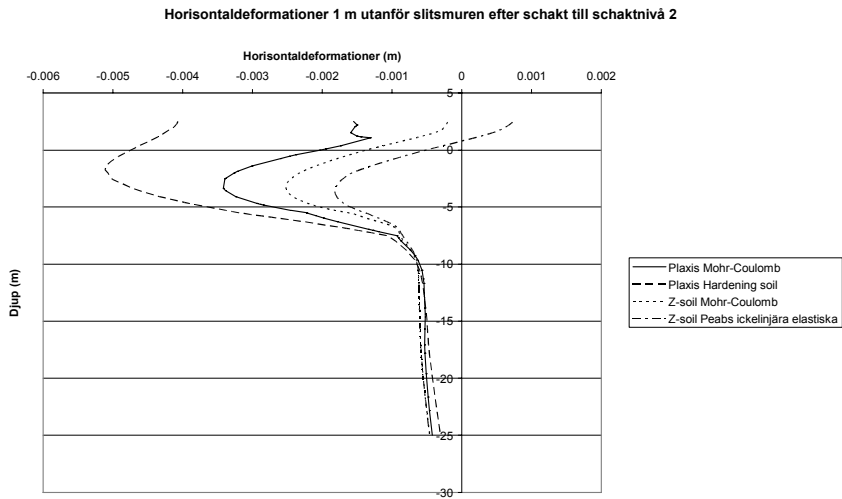
Diagrammet i b) motsvaras av inklinometer 317 och diagrammet i c) av 318, diagrammet i a) motsvaras av inklinometer 319 men från denna har inga fältmätningar erhållits. Inklinometermätningarna från den 12 april, som visas i Figur 8.12 kan det ses att den största horisontaldeformationen är ca 1 mm och att horisontaldeformationerna ligger kring 1 mm från markytan ner till ca 10 m. Beräkningarna i Plaxis visar på betydligt större horisontaldeformationer medan de båda Z-soil-modelleringarna ger maxvärden runt 1 mm. Alla beräkningar visar dock på ökande horisontaldeformationer från schaktnivå medan detta inte visas i fältmätningarna. En anledning till detta kan vara att samvekan mellan slitsmur och jord är större än i modelleringen och därmed ökar slitsmurens böjningsmoment.

Inklinometer 318 visar på ännu mindre horisontaldeformationer, detta gör även beräkningarna men Plaxis horisontaldeformationer är fortfarande ungefär dubbelt så stora som de i fält uppmätta. Z-soil däremot ger horisontaldeformationer som är ganska nära de uppmätta men de har inte samma spridning i djupet som de i fält uppmätta.

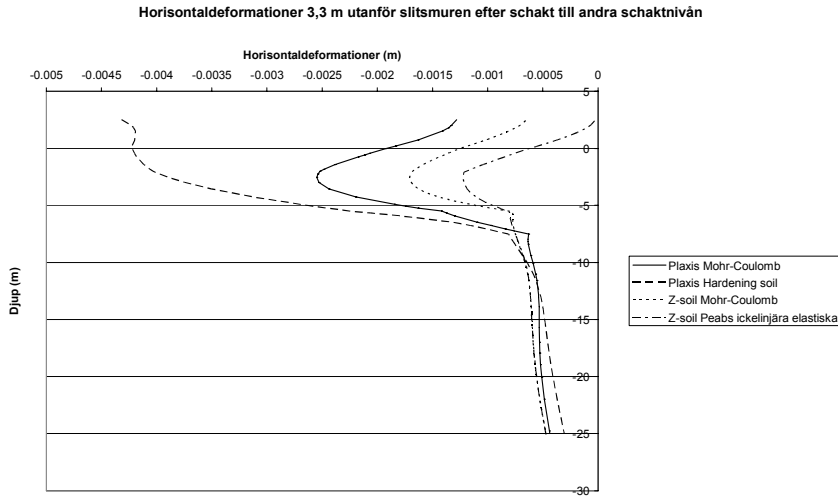
a)



b)



c)



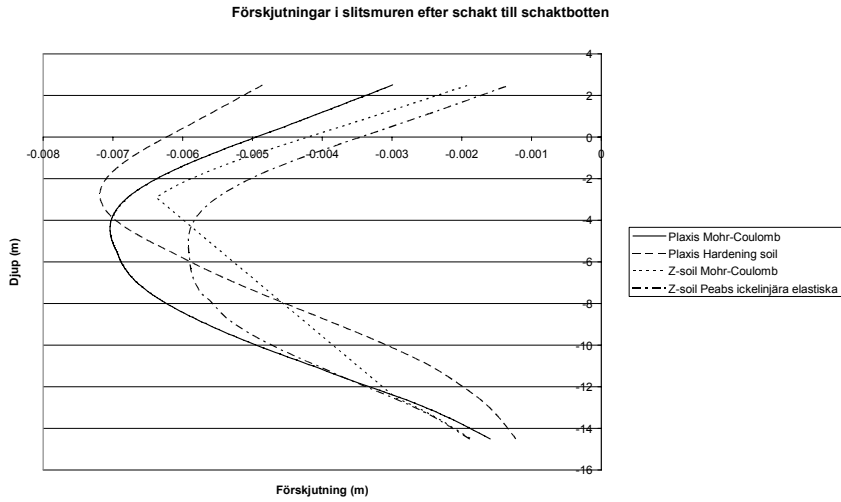
Figur 8.18. Figuren visar horisontaldeformationerna plottade mot djupet på motsvarande sätt som erhålls vid inklinometermätningar efter schakt ner till schaktnivå 2. a) är från slitmuren, b) är taget 1 m utanför slitmuren och c) 3,3 m utanför slitmuren.

De uppmätta deformationerna i jorden i inklinometer 317 ligger kring 2 mm från +0 till -8 m. Som kan ses i Figur 8.18b) ger ingen beräkning horisontaldeformationer som är så jämna men Z-soils båda modeller har en största deformation kring 2 mm. Plaxis ger dock större horisontaldeformationer och Hardening soil-modellen ger deformationer som är över 5 mm.

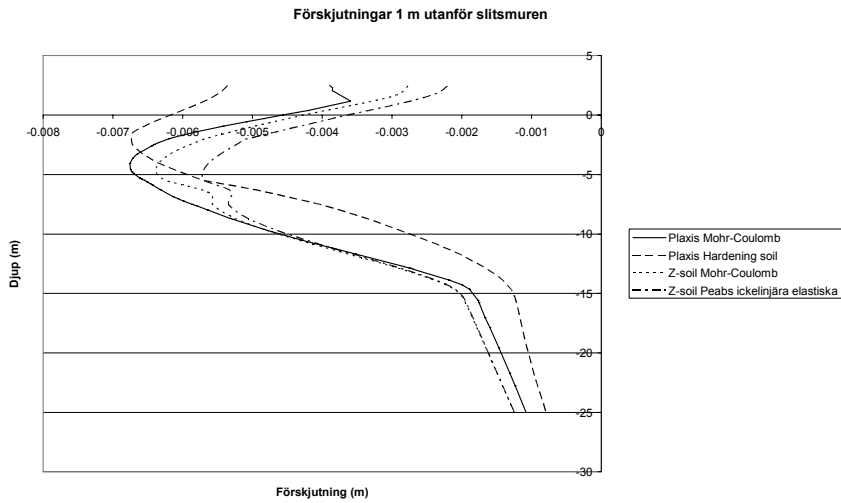
Inklinometer 318 visar på lite mer skiftningar i horisontaldeformationerna med djupet än inklinometer 317 och de maximala deformationerna är fortfarande runt 2 mm. Rent utseendemässigt liknar Hardening soil-modelleringens horisontaldeformationer de deformationer som visas i inklinometer 318 men är fortfarande dubbelt så stora. Plaxis Mohr-Coulomb modell är den modell som har största horisontaldeformationen runt 2 mm medan de båda Z-soil-modellerna har mindre deformationer.

De slutliga horisontaldeformationerna visas i Figur 8.19 nedan. I skrivande stund har inte schakten kommit så långt att det finns mätdata att jämföra med. Det kan dock ses att horisontaldeformationerna fortfarande är små, de största är enligt beräkningarna 6-7 mm i slitmuren och 5-6 mm 3,3 m bakom slitmuren. De största horisontaldeformationerna uppkommer i övre delen av lermoränen i alla modeller men är störst i Hardening soil-modellen och minst i Peabs ickelinjära elastiska modell.

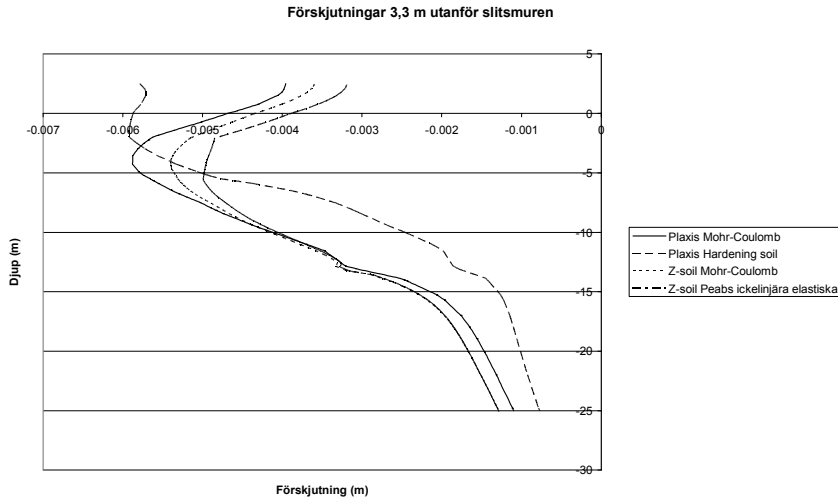
a)



b)



c)

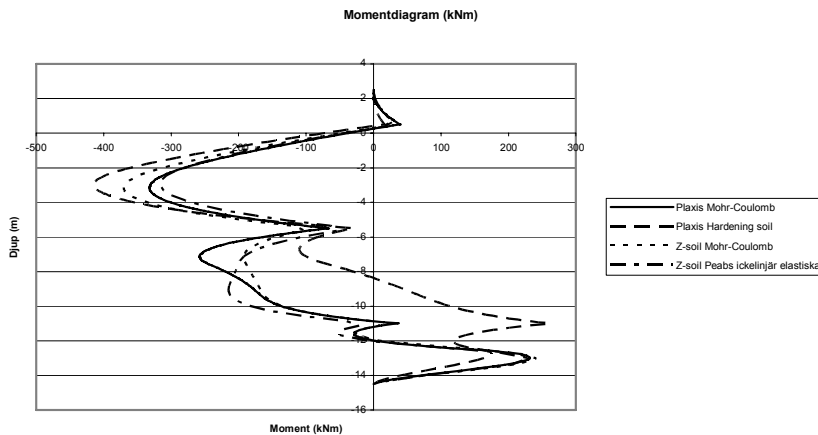


Figur 8.19. Figuren visar horisontaldeformationerna plottade mot djupet på motsvarande sätt som erhålls vid inklinometermätningar efter schakt ner till schaktnivå 2. a) är från slitmuren, b) är taget 1 m utanför slitmuren och c) 3,3 m utanför slitmuren.

Eftersom vertikaldeformationerna i schaktbotten inte är av något vidare intresse sker här ingen diskussion om dessa. Det ska nämnas att det inte uppstår några större skillnader i modellerna, dock skiljer sig även Hardening soil något litet i detta fall men bara med 1 mm i sista beräkningssteget.

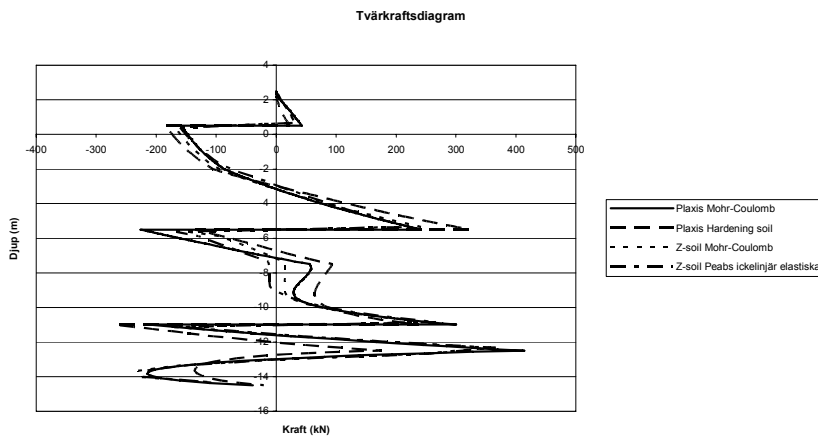
8.5.3 Krafter i konstruktionen

Krafterna och moment i konstruktionen är en viktig information vid dimensionering av geotekniska modelleringar som denna. Både i Plaxis och Z-soil kan moment-, tvärkrafts- och normalkraftsdiagram skapas över slitmuren. Detta kan göras efter varje beräkningssteg men presenteras här bara efter att hela beräkningen är genomförd. I momentdiagrammen i Figur 8.20 kan det ses att momentkurvorna från de olika modellerna är lika ner till stagnivå 2 och under schaktbotten är lika till utseendet även om momenten skiljer sig med nästan 100 kNm/m som mest. Mellan stagnivå 2 och schaktbotten har Hardening soil modellen ett annorlunda utseende än de övriga modellerna. Detta är lite konstigt då Hardening soil modellen är den modell som ger störst horisontaldeformationer i området och har minst uppspänningskraft i stagnivå 3.



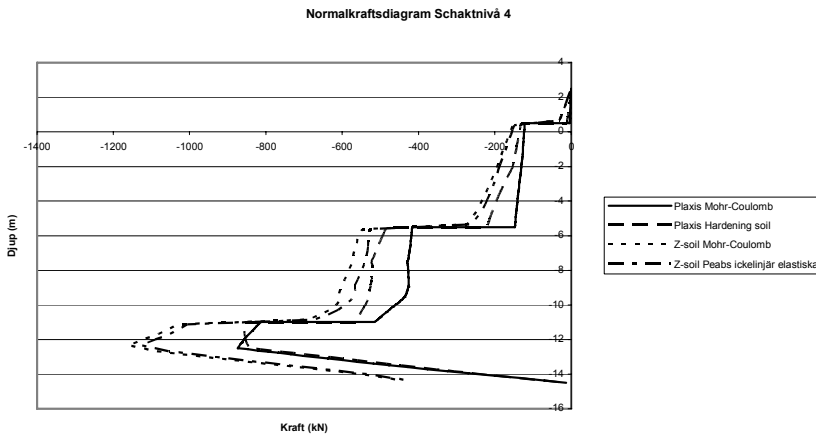
Figur 8.20. Figuren visar momentdiagrammet för slitsmurendå schakten är klar.

Tvårkraftsdiagrammen har samma utseende i alla modellerna det är inte heller någon större skillnad på tvärkrafternas storlek, se Figur 8.21. Detta tyder på att jordtrycken mot slitsmuren är samma i alla modellerna trots att slitsmuren har olika horisontaldeformationer, se Figur 8.19a).



Figur 8.21. Figuren visar tvårkraftsdiagrammet för slitsmuren då schakten är klar.

Normalkraftsdiagrammet skiljer sig främst mellan de olika programmen. Detta beror främst på de olika sätten att modellera slitmurens botten, i Z-soil måste botten på slitmuren låsas till en nod i jorden för att beräkningen ska konvergera medan detta inte behöver göras i Plaxis. Detta innebär att slitmurens nedersta nod kan överföra krafter till jorden i Z-soil medan inga vertikala krafter kan överföras i denna nod i Plaxis.



Figur 8.22. Figuren visar normalkraftsdiagrammet för slitmuren då schakten är klar.

Skillnaderna i stagkrafterna har samband med förskjutningarna i slitmuren, vilket innebär att när förskjutningarna i slitmuren är stora är spännkrafterna i stagen stora. Tabell 8.19, Tabell 8.20 och Tabell 8.21 visar spännkrafterna i de olika beräkningsstegen för de olika stagen. Detta innebär att stagkrafterna i Hardening soil-modellen är något större i stagnivå 1 och mindre i stagnivå 2 och 3 än i de övriga modellerna.

Tabell 8.19. Tabellen visar stagkrafterna i kN per stag på stagnivå 1 i de beräkningssteg då stagen är installerade i de fyra olika modellerna.

Beräkningssteg	Plaxis Mohr-Coulomb	Plaxis Hardening soil	Z-soil Mohr-Coulomb	Z-soil Peabs ickelinjär elastiska
Stagnivå 1	744,6	744,6	745,3	745,3
Schakt 2	806,8	820,0	806,2	781,3
Stagnivå 2	777,6	806,1	729,8	772,6
Schakt 3	792,2	813,6	798,5	777,9
Stagnivå 3	792,5	814,0	800,2	779,1
Schakt 4	796,3	814,6	802,1	781,3

Tabell 8.20. Tabellen visar stagkrafterna i kN per stag på stagnivå 2 i de beräkningssteg då stagen är installerade i de fyra olika modellerna.

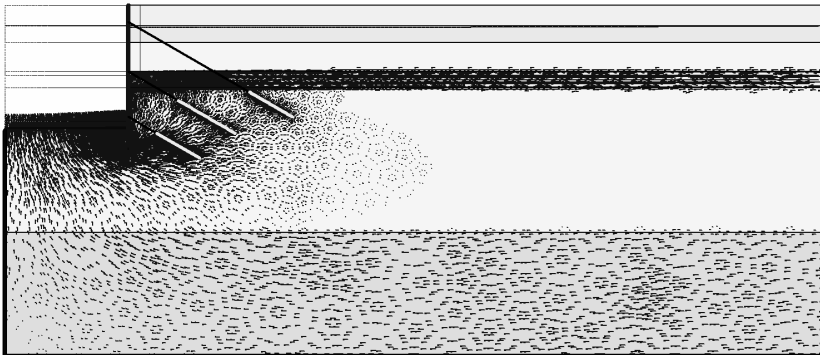
Beräkningssteg	Plaxis Mohr-Coulomb	Plaxis Hardening soil	Z-soil Mohr-Coulomb	Z-soil Peabs ickelinjär elastiska
Stagnivå 2	869,9	868,7	870,0	870,0
Schakt 3	918,7	899,0	900,9	897,0
Stagnivå 3	917,3	897,6	900,4	896,2
Schakt 4	916,6	897,8	902,4	898,3

Tabell 8.21. Tabellen visar stagkrafterna i kN per stag på stagnivå 3 i de beräkningssteg då stagen är installerade i de fyra olika modellerna.

Beräkningssteg	Plaxis Mohr-Coulomb	Plaxis Hardening soil	Z-soil Mohr-Coulomb	Z-soil Peabs ickelinjär elastiska
Stagnivå 3	989,4	989,4	990,3	990,3
Schakt 4	1010,5	994,16	1014,8	1014,4

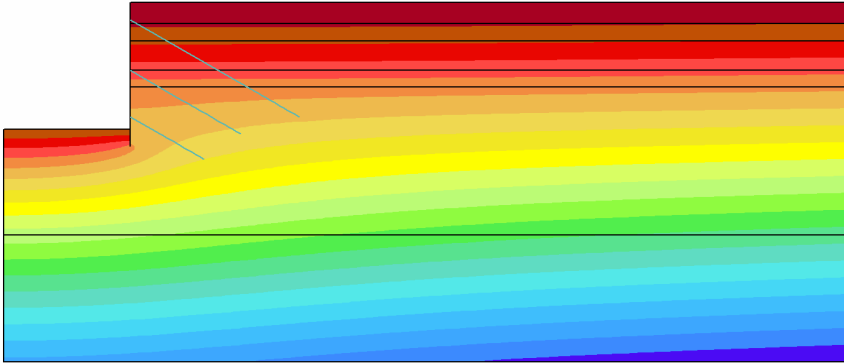
8.5.4 Portryck och vattenflöden

Alla beräkningar visar på samma portryck och samma vattenflöde in i schakten, en flödesbild som visar att vattenflödet sker genom den uppspruckna övergångszonen i övre delen på kalkberget visas i Figur 8.23. Figuren visar flödet hur grundvattnet flödar in i schakten då schakten är nere på schaktbotten. Flödet in i schakten ska enligt beräkningarna vara ca 7 m³/dag och meter in i planet. Dessa beräkningar kan dock inte jämföras med fältdata då vissa omständigheter lett till att grundvattenytan på utsidan om slitsmuren har sänkts bl a genom att slitsmuren dränerats. Detta kommer även att påverka vattentrycket mot slitsmuren och därmed deformationsberäkningarna.



Figur 8.23. Figuren visar flödet hur grundvattnet flödar in i schakten då schakten är nere på schaktbotten.

Grundvattenytan i beräkningen ligger högt bakom slitsmuren och behåller nästan samma nivå som innan schaktens början även då schakten är nere på schaktbotten, se Figur 8.24. Figuren visar portrycket i marken och grundvattenytan då schakten är nere på schaktbotten. Detta resultat verkar stämma med verkligheten då grundvattenytan var hög bakom slitsmuren innan dräneringsåtgärderna sattes in (Möller, 2006).



Figur 8.24. Figuren visar portrycket i marken och grundvattenytan då schakten är nere på schaktbotten.

8.6 Diskussion

I avsnitt 8.5.4 påpekades att flödesberäkningarna från modellerna inte kan jämföras med fältdata på grund av att grundvattenytan sänkts på utsidan av slitmuren vid Citytunneln. Då grundvattenytan sänks ökar spänningarna i jorden, vilket i sin tur påverkar jordens deformationsegenskaper. Elasticitetsmodulen ökar och jorden kan ta större skillnader mellan horisontal- och vertikalspänningar innan den plasticerar, se avsnitt 3.3.2 och 3.3.3.

Även om spänningarna i jorden ökar kommer trycket mot slitmuren att minska då grundvattenytan sänks, eftersom vattentrycket mot slitmuren minskar. Båda dessa saker gör att deformationerna i slitmuren minskar. Åtgärden att sänka grundvattenytan minskar alltså förskjutningarna i jorden i det verkliga fallet jämfört med modelleringarna, vilket kan vara en orsak till att de verkliga förskjutningarna är mindre än de modellerade. Tyvärr har det inte funnits tid till att modifiera modellerna för beakta sänkningen av grundvattenytan, eftersom kännedom om denna åtgärd erhöles i ett sent skede.

Ytterligare en sak som kan ha påverkat resultatet så att deformationerna är mindre i verkligheten än i modellerna kan vara att de geotekniska undersökningarna som använts är gjorda för dimensionering. Detta innebär att materialvärden för jorden har valts på säkra sidan i undersökningarna.

Hardening soil-modellen beskriver jordens hårdnande i det elastiska stadiet medan Mohr-Coulomb-modellerna beskriver jorden som linjärelastisk fram tills den plasticerar. Det finns även ett mer korrekt sätt att ta hänsyn till om jorden är överkonsoliderad då Hardening soil-modellen används än då Mohr-Coulomb-modellerna används. Detta tillsammans med att de använder samma sätt att beskriva jorden i plastiskt tillstånd borde innebära att Hardening soil-modellen ska ge bättre resultat än Mohr-Coulombmodellerna.

I detta arbete har dock Mohr-Coulombmodellerna visat sig ge bättre överensstämmelse med verkligheten än Hardening soil-modellen. Detta kan bero på att det funnits för lite materialdata för jorden för att alla parametrar i Hardening soil-modellen ska kunna bestämmas med tillräcklig noggrannhet. I Plaxis användarmanual påstås att Hardening soil-modellen ska användas till alla modeller där Mohr-Coulomb skulle passa och om inte alla ingångsvärden finns ska default-värden som anges av programmet användas. I avsnitt 8.3.1.1 redovisas att flera ingångsvärden i Hardening soil modellen getts som default-värden enligt programmets användarmanual. Resultatet visar dock att Hardening soil-modellen är den som stämmer sämst med verkligheten. Detta illustrerar att en modell inte ger bättre resultat än som svarar mot de ingångsvärden som används. Det kan alltså vara bättre att välja en materialmodell som tycks beskriva materialet sämre men där ingångsdata finns att tillgå.

I avsnitt 8.4 redovisades de data som funnits att tillgå från fältmätningar på Citytunnelprojektet. Tyvärr har fältinformation bara kunnat erhållas från de rapporter som redovisas varje månad inom kontrollprogrammet. Detta innebär att alla fältdata har erhållits i format som inte går att redigera och inga exakta siffror har kunnat tas

fram. Detta har gjort det svårt att utvärdera resultatet av modelleringarna men stora skillnader har dock kunnat urskiljas.

I avsnitt 8.5.2 redovisas deformationerna från de olika modelleringarna, dessa visar att Peabs icke linjära modell ger minst deformationer. Detta beror på att sekantmodulen används vilket innebär att med ökade töjningar i jorden kommer modulen att minska. Detta sätt att ge modulen i det elastiska tillståndet gör att jorden har en stor modul vid små förskjutningar, vilket passar bra för att beskriva jord med små förskjutningar. Det kan alltså vara bra att välja jordmodell efter storleken på förskjutningarna då vissa jordmodeller ser ut att passa bättre vid små förskjutningar medan andra passar bättre vid stora förskjutningar.

9 Diskussion

ABAQUS har flera olika materialmodeller, som inte tas upp i detta arbete, som kan användas för att modellera betongen. Det finns även flera materialmodeller att använda för modellering av jorden och ytorna kan ges många olika egenskaper. Alla dessa möjligheter gör att det krävs mycket av användaren för att kunna genomföra en modellering av jord i ABAQUS.

I ABAQUS går det inte att byta egenskaper på elementen i modelleringen, utan det måste finnas två olika elementnät som är aktiva vid olika tillfällen i modelleringen. Detta gör att det blir mycket svårt att lägga randvillkor som motverkar stelkroppsprörelse i inaktiva element men inte påverkar den övriga modellen. Sammantaget gör detta att ABAQUS inte har kunnat användas på tillfredställande sätt inom tidsramen för detta arbete.

Även Z-soil har en speciell betongmodell som kan användas för modellering av betongen i tredimensionella modelleringar eller då betongen modelleras som en yta. Denna materialmodell beskriver betongens härdning vilket kan vara användbart då modellering, som i detta arbete, av konstruktionens uppbyggnad sker. Sättet att bygga upp modellen i Z-soil är något tidkrävande men ger bra kontroll av modellen om användaren har tillräckliga kunskaper. Detta gör att Z-soil tar lite lång tid vid små modelleringar men är bra vid större modelleringar.

Att Z-soil kan användas till både 2-dimensionella och 3-dimensionella modelleringar gör användbarheten större. Det finns till och med möjlighet att modellera hela konstruktioner som hus och broar av andra material än jord och betong i Z-soil. Detta gör att samverkan mellan konstruktion och jord kan utnyttjas vid dimensioneringen av konstruktionen vilket kan minska konstruktionens dimensioner. Det finns en 3 dimensionell version även av Plaxis men den kräver till skillnad från Z-soil en ny programvara och användarlicens.

Plaxis är det av programmen använda i detta arbete som är mest användarvänligt och har även det flera materialmodeller för att modellera jorden. Att det är så lättanvänt gör att inga FEM-kunskaper behövs för att kunna göra en modellering i programmet, vilket även har nackdelar då användare kan ha svårare att upptäcka fel i modelleringen eller rätta till fel som gör att beräkning inte kan genomföras. Om användare inte har några kunskaper inom FEM är det viktigt att inga defaultparametrar som styr själva beräkningen ändras och att dessa kunskapsbrister i FEM kompenseras med goda kunskaper och erfarenhet inom geotekniken.

I Plaxis genereras elementnätet automatiskt och det är bara storleken på elementen som kan styras genom att förtäta antingen hela elementnätet eller i vissa delar av modellen. Detta gör att det går snabbt att generera ett elementnät men användaren som vill styra genereringen av elementnätet kan inte göra det. I Z-soil genereras inte nätet av datorn utan detta byggs upp av användaren vilket ger större möjligheter att styra elementens utseende men det tar längre tid att bygga upp modellen. Det finns bara en linjärelastisk materialmodell för modellering av konstruktioner i Plaxis vilket gör att konstruktionerna inte kan modelleras lika bra som i de båda andra

programmen. Det går inte heller att styra ytornas egenskaper mer än att de får en viss del av jordens friktionsvinkel och kohesion. Detta innebär att modelleringen av samverkan mellan konstruktionen och jorden har större begränsningar än i Z-soil. Samverkan kan dock tas med till viss del i beräkningarna till skillnad från i konventionella beräkningar för hand eller med program som t ex Slope som använder Bishops lammelmetod för att beräkna säkerhetsfaktorn (Elofsson, 2003).

I detta arbete ger Z-soils modelleringar en större överensstämmelse med uppmätta värden än Plaxis modelleringar. Detta kan bero på möjligheten att styra modelleringen av ytan mellan konstruktion och jord i Z-soil. Den modell som stämmer bäst med verkligheten är PEAB:s icke-linjära modell, detta beror på att jorden beskrivs som styvare vid små förskjutningar i jorden och lösare vid stora förskjutningar i denna modell än i en Mohr-Columbmodell med linjär beskrivning av den elastiska fasen.

Den modell som ger minst överensstämmelse med verkligheten i detta arbete är Plaxis Hardening soil modell. Vad detta beror på är oklart men en anledning kan vara att det inte fanns tillräckligt med materialvärden på jorden för att ha tillräcklig vetskap om alla jordparametrar som behövdes för att beskriva jorden med denna modell.

I Z-soil finns det stora möjligheter att styra egenskaperna för ytan mellan konstruktion och jord. Hur denna yta beter sig i verkligheten och hur den ska modelleras på ett korrekt sätt skulle kunna studeras i ett framtida projekt. Det skulle även vara intressant att göra en modellering av en hel slitmursinstallation eftersom installeringen av slitmuren orsakar deformationer i jorden och därmed ändrar egenskaperna i jorden något. Denna modellering skulle kunna ske i tre dimensioner för att även se hur tredimensionella effekter som valvverkan i jorden påverkar modelleringarna.

10 Slutsatser

Att det finns många materialmodeller för både jord och konstruktioner tillsammans med att det finns många olika sorters element att välja på i ABAQUS gör att programmet kräver mycket av användaren. Att bygga upp en modell i ABAQUS är tidskrävande och programmets noggrannhet utnyttjas i regel inte vid modellering i jord på grund av svårigheter att veta exakta materialparametrar på jorden. Att det inte går att byta materialegenskaper på elementen och svårigheterna med att inaktivera element gör att programmet inte rekommenderas till modellering av konstruktioners uppbyggnadsfaser som ofta behövs i geotekniska sammanhang.

Både Plaxis och Z-soil har flera olika materialmodeller för jorden och även möjligheter för den mer avancerade användaren att skapa egna materialmodeller. I Plaxis kan dock konstruktioner bara modelleras som balkar eller stag medan Z-soil har materialmodeller som kan användas även till andra material än jord. Det finns till och med en materialmodell som beskriver betongens härdning.

Att ytornas egenskaper beskrivs skilt från jorden i Z-soil är en stor fördel jämfört med Plaxis. Även att Z-soil kan behandla både 3-dimensionella och 2-dimensionella modeller i samma program är en fördel jämfört med Plaxis. Plaxis har dock en fördel i dess enkla och snabba sätt att bygga upp en modell. Detta kan dock medföra att användaren litar för mycket på programmet och misstag därför görs, antingen för att användaren inte har tillräckliga kunskaper eller för att noggrannheten minskar.

Både Z-soil och Plaxis har enkla sätt att överblicka hur konstruktionen byggs upp i modelleringen. Däremot är Z-soils sätt att bygga upp geometri och elementnät mer tidskrävande men ger större möjligheter för användaren.

Jämfört med konventionella beräkningsmetoder ger FE-modellering mer svar och även mindre förenklingar i beräkningarna. Plaxis snabba sätt att genomföra en modellering gör att det kan vara ett alternativ även vid enklare beräkningar. Även Z-soil kan vara ett alternativ vid enklare beräkningar om användaren är van vid programmet.

Sammantaget kan det sägas att Plaxis är det program som är lättast att använda och snabbast att bygga upp enkla modeller i. Z-soil är något mer avancerat och kräver lite mer av användaren men ger också användaren större valfrihet i modelleringen. Det ska också nämnas det inte spelar någon roll hur bra och noggrann modellen är om inte materialdatan för jorden är korrekt bestämd.

11 Referenser

11.1 Trycksaker

Adolfsson, Julia, 2002. Provpumpning för betämning av injekteringstäthet – fallstudie vid Bagers plats i Malmö, KFS i Lund AB, Lund.

Avén, Sigurd, 1984. ”Handboken Bygg – Geoteknik”, Liber förlag, Stockholm.

Brinkgreve, R.B.J, Broere, W and Watterman, D, 2004. Plaxis: 2D-version 8, Netherlands.

Citytunneln, 2003. Krav och föreskrifter för funktion, utformning och projektering. Förfrågningsunderlag, handling 8.1 Entreprenaden E101 Malmö C Nedre, tunnel och ramp.

Citytunneln, 2003a. Evaluation of Georelated Matters – EVA, Citytunneln 2003-01-31.

Dahlblom, Ola, Olsson, Karl-Gunnar och Persson, Kent, 2005. Bärverk – Modellering och analys, Structural Mechanics, LTH, Sweden.

Ekdahl, Ulf, 2005. A Non-linear elastic material model and its application in pavement design, BCRA, Trondheim, Norge.

Elofsson, Roger, 2001. Säkerhetsanalys med beaktande av samverkan mellan jord och konstruktion – en jämförelse mellan traditionell och FE-baserad analysteknik i samband med ombyggnaden av Kristianstadsvägen i Hässleholm, Enheten för Geoteknik, Lunds Tekniska Högskola, Lund Universitet, Lund.

Fredriksson, Anders, Ryner, Anders och Stille, Håkan, 1996. Sponthandboken – för konstruktion och utformning av sponter, Byggforskningsrådet, Stockholm.

Grahn, Ragnar och Jansson Per-Åke, 2002. Mekanik: Statik och Dynamik, Studentlitteratur, Lund.

Gustafsson, Per Johan, 2005. Kurspärm i Balkteori HT05, Avdelningen för byggnadsmekanik, LTH, Lund.

Hibbitt, Karlsson och Sorensen, 1996. ABAQUS, Inc, Pawtucket, R.I., USA.

Johansson, Bo och Bjelm, Nils, 2005. Beräkningsförutsättningar Etapp 2. NCC Construction Sverige AB, Dokumentnr: M188PD1011412.

Lager, Per och Persson, Truls, 2005. Omgivningspåverkan vid installation av slitsmurar – Jämförelse mellan beräknade och uppmätta värden. Institutionen för bygg och miljöteknik, Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg.

Lindh, Per, 2006. Månadsrapport övervakning – Geoteknik Malmö Nedre tunnel och ramp: Juni 2006. NCC International AB, Dokumentnr: M188GD0020007.

Mårtensson, Annika, 2000. Betongkonstruktioner, Avdelningen för Konstruktions-teknik, LTH, Lunds Universitet, Lund.

Persson, Arne och Böiers, Lars-Christer, 1988. Analys i flera variabler, Studentlitteratur, Lund.

Ottosen, Niels Saabye och Petersson, Hans, 1992. Introduction to the finite element method, Prentice Hall, New York.

Ottosen, Niels Saabye och Ristinmaa, Matti, 1996. The mechanics of constitutive modelling, Dept. of Solid Mechanics, University of Lund, Lund.

Sällfors, Göran, 2001. Geoteknik: Jordmateriallära – Jordmekanik, Göteborg.

Wood, Tara och Bjelm, Nils, 2006. Stagsammanställningsinformation Etapp 2: Bygghandling 2006-04-07. NCC International AB. Dokumentnr: M188PD1011422.

Z-soil user manuals, 2003. Soil, Rock and Structural Mechanics in dry or partially saturated media, Zace Services Ltd Software engineering.

11.2 Webbsidor

Svensson, Conny, 2005. connywww.tg.lth.se, 2005-05-29

11.3 Muntliga kontakter

Ekdahl, Ulf, personligt samtal den 2006-06-07

Möller, Henrik, personliga samtal 2006-05